中学校数学科
２年生
５　図形の性質と証明
［問題］

中学校

年　組　　号 氏名

■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　①

１　下の四角形ＡＢＣＤにおいて，「ＡＢ//ＤＣ，ＡＢ＝ＤＣ」が成り立っています。このことは平行四辺形になるための条件に当てはまっているので，四角形は平行四辺形になることが分かります。【H19】

上の下線部「ＡＢ//ＤＣ，ＡＢ＝ＤＣ」が表しているものを，下のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。

イ　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。

ウ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい。

エ　対角線がそれぞれの中点で交わる。

オ　１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい。

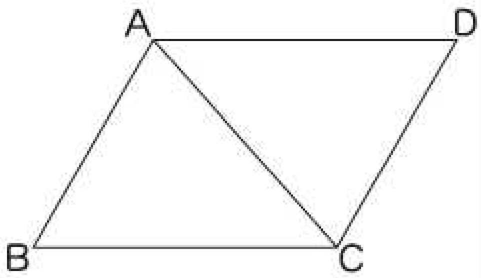
■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　②

２　下のように「平行四辺形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しい」ことを証明しました。【H19】

証明

平行四辺形ABCDの対角線ACをひく。
△ABCと△CDAにおいて，
平行線の錯角は等しいから，
　AB∥DCより，
　　∠BAC＝∠DCA　　　　……①
　AD∥BCより，
　　∠BCA＝∠DAC　　　　……②
また，　AC＝CA（ACは共通）　……③
①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
　　△ABC≡△CDA
よって，AB＝CD，　BC＝DA
したがって，平行四辺形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しい。



ある学級で，この証明について下のアからエのような意見が出されました。正しいものを１つ選びなさい。

ア　上のように証明しても，　平行四辺形の２組の向かい合う辺がそれぞれ等しいかどうかは測って確認しなければならない。

イ　上のように証明しても，ほかの平行四辺形については，２組の向かい合う辺がそれぞれ等しいことを，もう一度証明する必要がある。

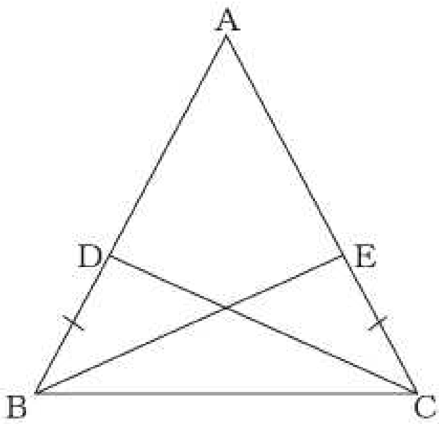
ウ　上の証明から，すべての平行四辺形で，２組の向かい合う辺はそれぞれ等しいことが分かる。

エ　上の証明から，台形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しいことも分かる。

■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　③

３　下の図のような AB＝AC の二等辺三角形ＡＢＣがあります。辺AB, 辺AC上にBD＝CE となる点D，点Eをそれぞれとります。このとき，CD＝BEとなることを，次のように証明しました。【H19】



証明

△DBCと△ECBにおいて，
仮定から，BD＝CE　……①
△ABCは二等辺三角形なので底角は等しいから，
∠DBC＝∠ECB　……②
また，BC＝CB（BCは共通）　……③
①，②，③より，$\boxed{}$ から，
△DBC≡△ECB
したがって，CD＝BE

上の $\boxed{}$ に当てはまる三角形の合同条件を，下のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　３辺がそれぞれ等しい

イ　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ　１辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ　直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい

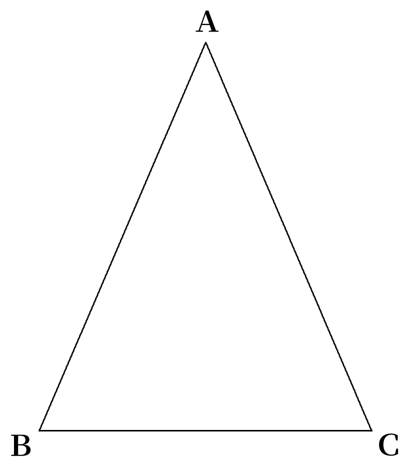
オ　直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　④

4　四角形は，１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいとき，平行四辺形になります。下線部を，下の図の四角形ＡＢＣＤの辺と，記号// ，　＝ を使って表しなさい。【H20】

5　次の図で，△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形です。【H21】



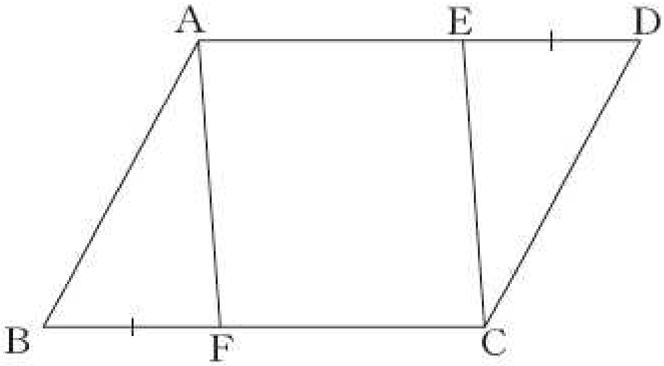
二等辺三角形の２つの底角は等しいといえます。下線部を，上の図の頂点を表す記号と，記号∠，＝を使って表しなさい。

■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　⑤

５　平行四辺形ＡＢＣＤの辺ＡＤ，辺ＢＣ上に，ＤＥ＝ＢＦとなるような点Ｅ，点Ｆをそれぞれとるとき，ＡＦ＝ＣＥとなることを，ある学級では，下の図１をかいて証明しました。【H20】

図 1



証明

△ABF と△CDE において
四角形 ABCD は平行四辺形だから，

AB ＝ CD　　…… ①

∠ABF ＝ ∠CDE　　…… ②

仮定から，　BF ＝ DE　　…… ③

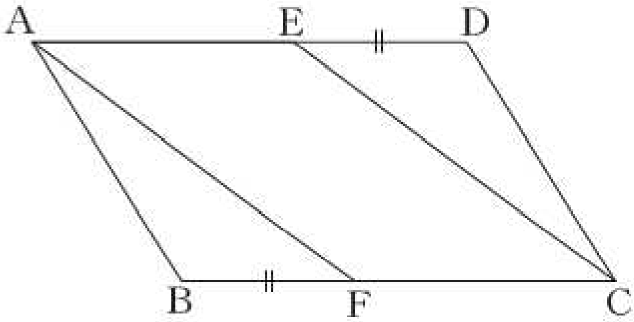
①，②，③より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ABF ≡△CDE

したがって，　AF ＝ CE

この証明のあと，図１と形の違う図２のような平行四辺形ＡＢＣＤについても，　同じようにＡＦ＝ＣＥとなるかどうかを考えてみたところ，下のアからエのような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

図２



ア　図２の場合も，ＡＦ＝ＣＥであることは，すでに前ページの証明で示されている。

イ　図２の場合は，ＡＦ＝ＣＥであることを，改めて証明する必要がある。

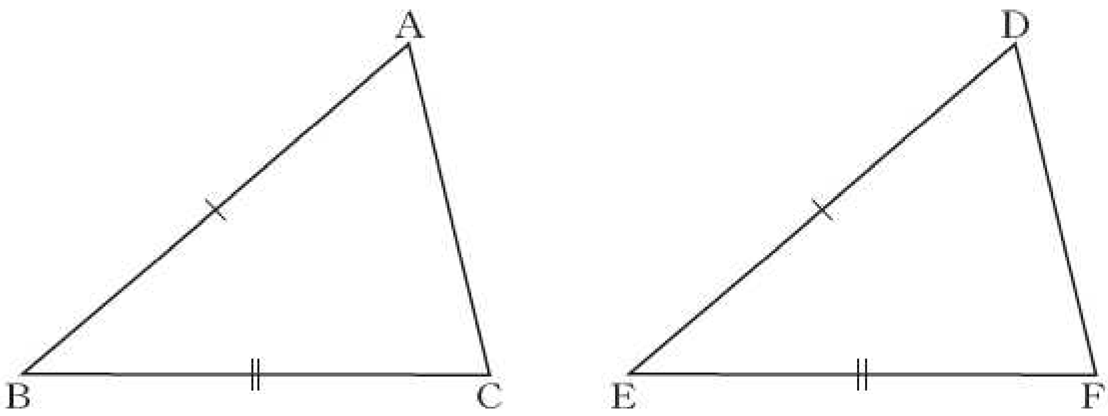
ウ　図２の場合は，ＡＦ＝ＣＥであることを，それぞれの長さを測って確認しなければならない。

エ　図２の場合は，ＡＦ＝ＣＥではない。

■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　⑥

7　次の図で，△ABCと△DEFが合同であることを証明しようとしています。AB＝DE，BC＝EFであることは分かっています。【H21】



三角形の合同条件を用いて証明するために，あと１つどのようなことが分かればよいですか。下の □ を完成しなさい。

・分かっていること

AB＝DE

BC＝EF

・分かればよいこと

$\boxed{\quad\quad = \quad\quad}$

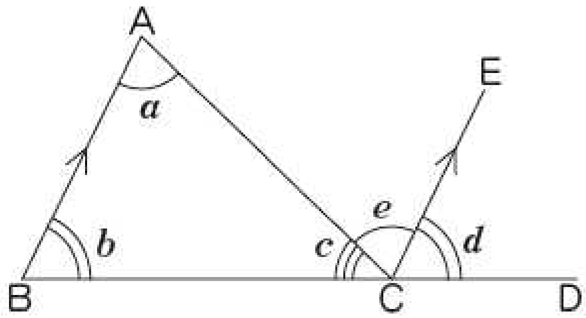
■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　⑦

8　ある学級で，「三角形の内角の和は180°である」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。【H21】

①

下の図の△ABCで，
辺BCを延長した直線上の点をDとし，点Cを通り辺BAに平行な直線CEをひく。



平行線の錯角は等しいから，　$\angle a = \angle e$
平行線の同位角は等しいから，$\angle b = \angle d$
したがって，

$$\begin{aligned}\angle a + \angle b + \angle c &= \angle e + \angle d + \angle c \\ &= 180^\circ\end{aligned}$$

よって，三角形の内角の和は180°である。

②

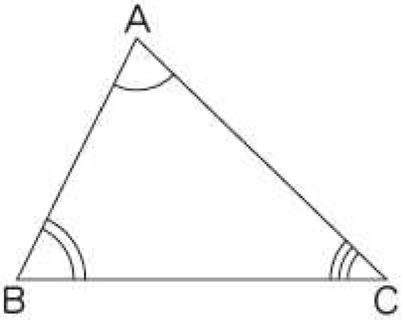
下の図の△ABC で，

３つの角の大きさをそれぞれ測ると，

$\angle A = 72°$

$\angle B = 64°$

$\angle C = 44°$



したがって，

$$\angle A + \angle B + \angle C = 72° + 64° + 44° = 180°$$

よって，三角形の内角の和は 180° である。

どんな三角形でも内角の和は１８０°であることの証明について，下のアからオまでの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　①も②も証明できている。

イ　①は証明できており，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

ウ　①は証明できているが，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても証明したことにはならない。

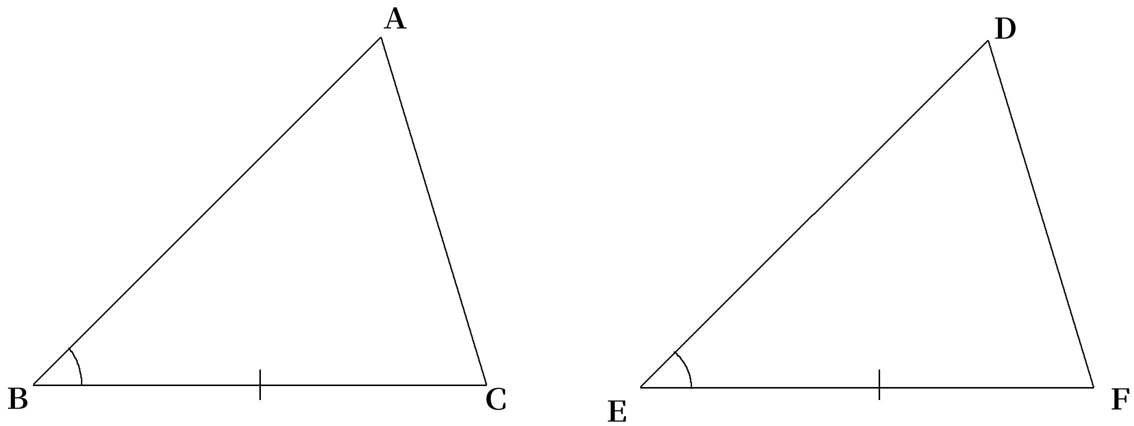
エ　①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

オ　①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが，②はそれでも証明したことにはならない。

■知識･技能の習得を図る問題　　　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題①

1　次の図で，△ＡＢＣと△ＤＥＦが合同であることを証明しようとしています。ＢＣ＝ＥＦ，∠ＡＢＣ＝∠ＤＥＦであることは分かっています。



三角形の合同条件を用いて証明するために，あと１つどのようなことが分かればよいですか。下の［　　＝　　］に分かればよいことを書きなさい。

・分かっていること
ＢＣ　＝ＥＦ
∠ＡＢＣ　＝∠ＤＥＦ

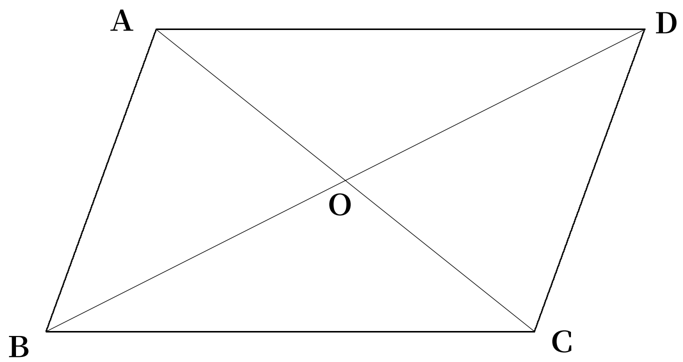
・分かればよいこと
［　　＝　　］

■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

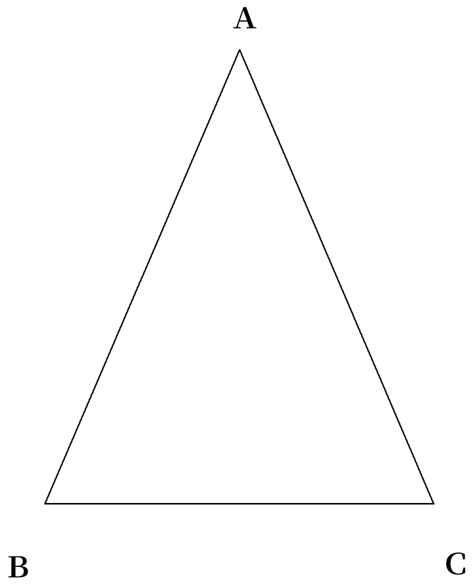
■練習問題②

２　次の問いに答えなさい。

(1)　下の四角形ＡＢＣＤは，２組の向かいあう辺がそれぞれ平行であるとき，平行四辺形になります。
下線部を，下の図の四角形ＡＢＣＤの辺と，記号//を使って表すと，
「AD//BC, AB//DC」
となります。
この他にもあと４つ平行四辺形になるための条件があります。その４つの条件を記号∠，// ，＝などを使って表しなさい。ただし，点Ｏは四角形の対角線AC, BDの交点とします。



(2)　次の図で，△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形です。



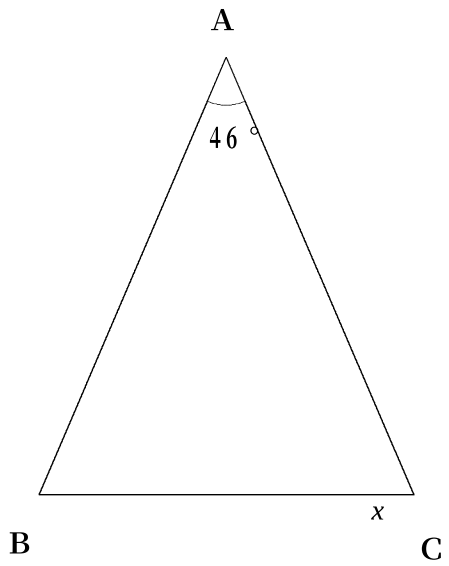
　この二等辺三角形に，『ＡＢ＝ＢＣ』（またはＡＣ＝ＢＣ）という条件が付け加われば正三角形になります。これ以外に，付け加えれば△ＡＢＣが正三角形になる条件があります。その条件を記号で答えなさい。

■知識･技能の習得を図る問題　　　　　　年　　組　　号　氏名

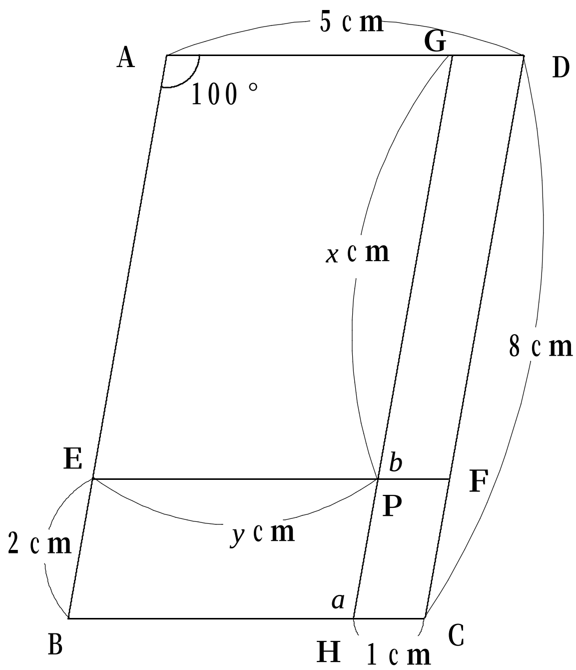
■練習問題③

３　次の角度や辺の長さを求めなさい。

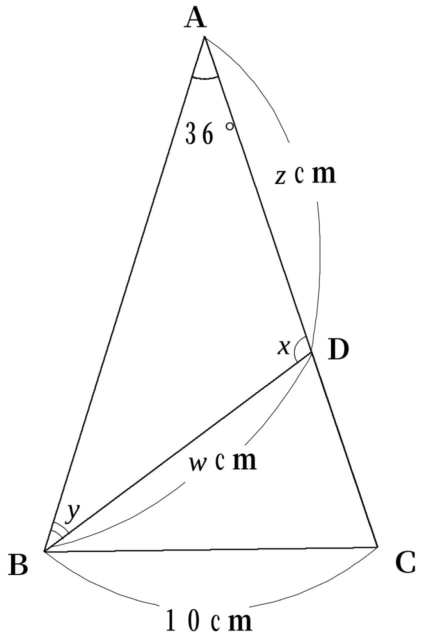
(1)　△ＡＢＣがＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形のとき，∠xの大きさを求めなさい。



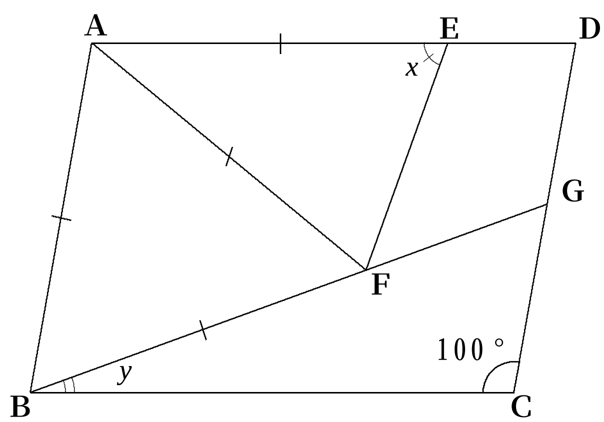
(2)　四角形ＡＢＣＤが平行四辺形で，ＡＢ//ＧＨ，ＡＤ//ＥＦのとき，x，yの値と，∠a，∠bの大きさをそれぞれ求めなさい。



(3)　△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形です。∠Ｂの二等分線と辺ＡＣとの交点をＤとする。このとき，w，zの値と，∠x，∠yの大きさを，それぞれ求めなさい。



(4)　四角形ＡＢＣＤは∠Ｃ＝100°の平行四辺形で，△ＡＢＦはＡＢを１辺とする正三角形とする。辺ＡＤ上にＡＦ＝ＡＥとなる点Ｅをとり，ＢＦの延長と辺ＤＣの交点をＧとする。このとき，∠x，∠yの大きさをそれぞれ求めなさい。

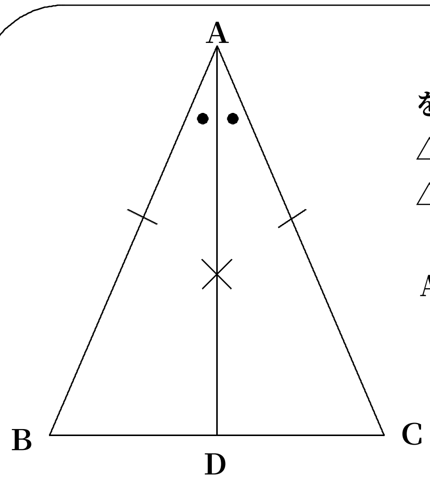


■知識･技能の習得を図る問題　　　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題④

4　「二等辺三角形の底角は等しい」ことを下のように証明しました。あとの問いに答えなさい。

【証明】



ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形の，頂角の二等分線をひき，辺ＢＣとの交点をＤとする。

△ＡＢＤと△ＡＣＤで，

△ＡＢＣは二等辺三角形だから，

ＡＢ ＝ＡＣ　　　……①

ＡＤは∠Ａの二等分線だから，

∠ＢＡＤ ＝∠ＣＡＤ　……②

共通な辺だから，

ＡＤ ＝ＡＤ　　　……③

①，②，③より，

（　　　　　　　　）ので，

△ＡＢＤ≡△ＡＣＤ

よって，［　　　　　　　　］から，

∠Ｂ＝∠Ｃ

(1)　（　　　　）にあてはまる三角形の合同条件を答えなさい。

(2)　［　　　　］にあてはまる言葉を答えなさい。

(3)　△ＡＢＤと△ＡＣＤの合同から，∠Ｂ＝∠Ｃ以外のことも分かります。その分かることを下のアからエの中から１つ選びなさい。

ア　ＡＤはＢＣを垂直に２等分する。

イ　ＡＢ＝ＡＤになる。

ウ　ＡＢ＝ＢＣ＝ＣＡとなり△ＡＢＣは正三角形になる。

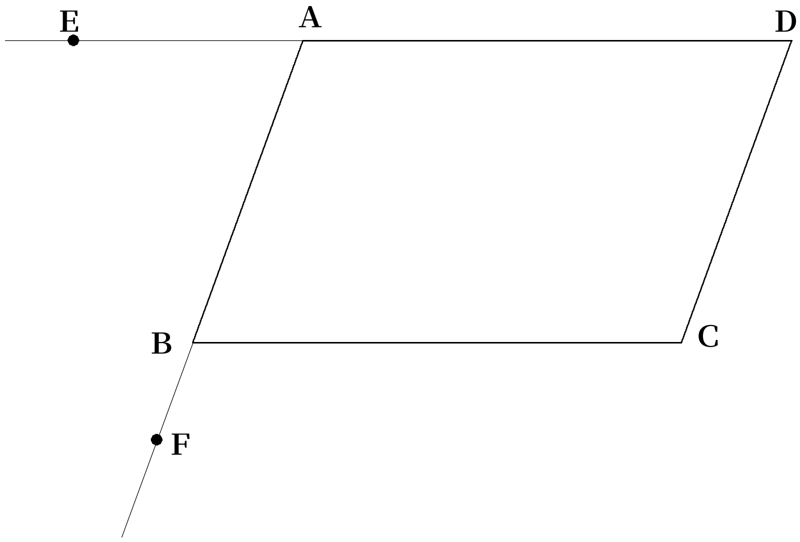
エ　ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形△ＡＢＣでも，上の図と異なる場合は常に，∠Ｂ＝∠Ｃになるとは限らない。

■知識･技能の習得を図る問題　　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑤

5　「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ということを証明しました。あとの問いに答えなさい。

【証明】



上の図の▱ABCDで，辺DAの延長上に点Eをとり，辺ABの延長上に点Fをとる。
▱ABCDだから，AD//BC。よって，

∠DAB＝（　ア　）　……①

また，AB//DCより，

（　ア　）＝∠C　……②

①，②より，

∠DAB＝∠C　……③

同様に，AD//BCより，

∠ABC＝（　イ　）　……④

また，AB//DCより，

（　イ　）＝∠D　……⑤

④，⑤より，

∠ABC＝∠D　……⑥

よって③，⑥より，平行四辺形の向かい合う角は等しい。

(1)　(　　ア　　)，(　　イ　　) にあてはまる記号をかきなさい。

(2)　①，②，④，⑤の根拠となることがらを下のアからエの中からそれぞれ１つずつ選びなさい。

ア　対頂角が等しいから

イ　同位角が等しいから

ウ　錯角が等しいから

エ　三角形の内角の和は１８０°だから

(3)　平行四辺形の性質は，上で証明したことの他にもまだいくつかあります。平行四辺形の性質として正しいものを下のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　∠A＝∠B，∠C＝∠Dである。

イ　∠A＋∠B＝１８０°，∠C＋∠D＝１８０°である。

ウ　対角線が垂直に交わっている。

エ　対角線の長さが等しい。

オ　ＡＢ＝ＢＣ，ＡＤ＝ＤＣである。

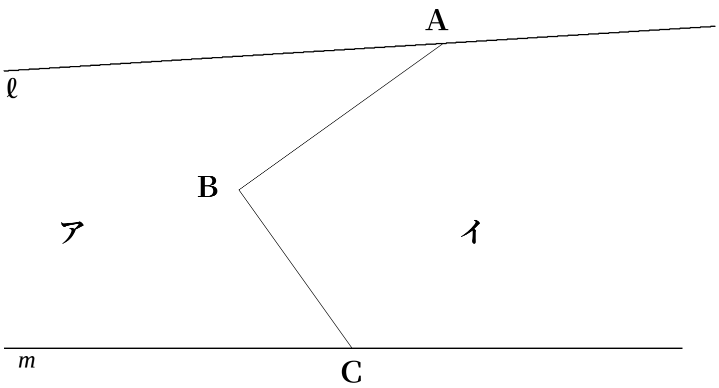
■知識･技能の習得を図る問題　　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑥

6　次の問いに答えなさい。

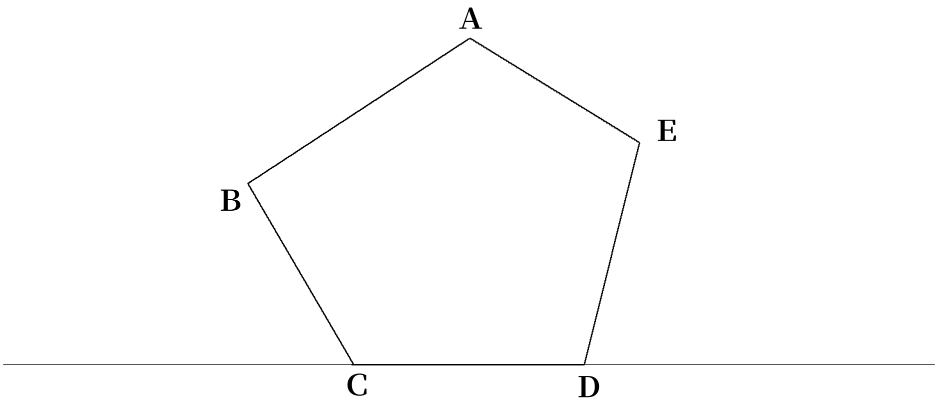
(1)　下の図のように，直線 ℓ と m の間にあり，折れ線ＡＢＣを境界とする２つの土地ア，イがあります。それぞれの土地の面積を変えないで，境界を点Ｃを通る線分ＣＤに改めるとき，点Ｄの位置を作図により求めなさい。

ただし，点Ｄは直線 ℓ 上にあるものとします。



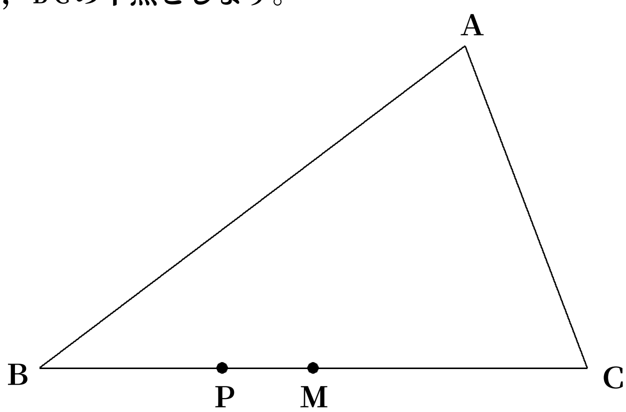
(2)　次の五角形ＡＢＣＤＥと同じ面積の三角形ＡＦＧを作図しなさい。

ただし，点F，Gは直線ＣＤ上にあるものとします。



(3)　次の三角形ＡＢＣで，点Ｐを通り，三角形ＡＢＣの面積を２等分する直線をかきなさい。

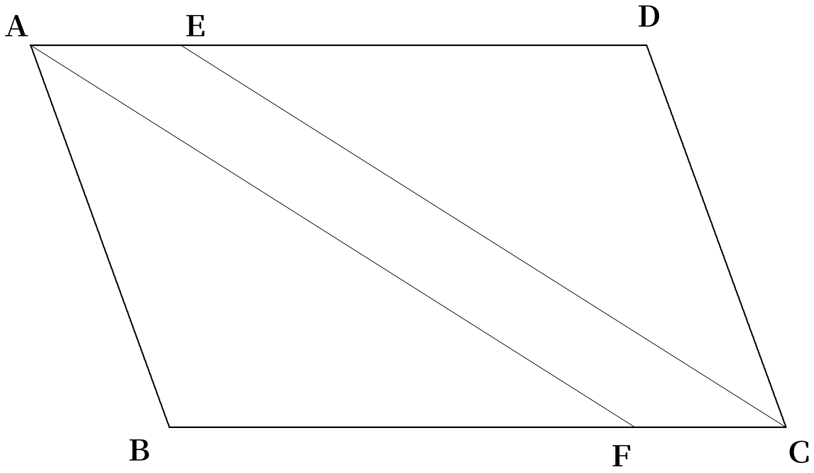
ただし，点Mは，ＢＣの中点とします。



■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑦

７　下の図のように，平行四辺形ＡＢＣＤの辺ＡＤ，ＢＣ上に，ＡＥ＝ＣＦとなる点Ｅ，Ｆをそれぞれとります。このときできる四角形ＡＦＣＥが平行四辺形なることを証明しました。あとの問いに答えなさい。



【証明】

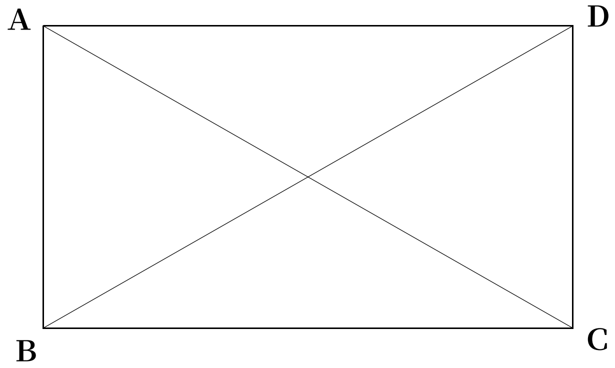
四角形ＡＦＣＥで，
四角形ＡＢＣＤが平行四辺形であることより，向かい合う辺はそれぞれ平行なので，
（　　ア　　）……①
仮定から，
（　　イ　　）……②
①，②から，
（　　ウ　　）から
四角形ＡＦＣＥは平行四辺形になる。

上の証明の中で，ア，イにはあてはまる式を，ウには平行四辺形になるための条件を答えなさい。

■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑧

８　下の図の四角形ＡＢＣＤで，卓也さんと紳太郎さんが証明を考えています。あとの問いに答えなさい。



卓也さんは，次のように，「四角形ＡＢＣＤが長方形ならばＡＣ＝ＢＤである」ことを証明しました。

【証明】

△ＡＢＣと△ＤＣＢで，四角形ＡＢＣＤが長方形であれば，

ＡＢ　＝（　①　）

∠ＡＢＣ　＝（　②　）＝９０°

共通な辺だから　ＢＣ　＝（　③　）

よって，（　　④　　）ので，

△ＡＢＣ≡△ＤＣＢ

だから，

ＡＣ＝ＢＤ

となる。

(1)　上の①から③には記号を，④には合同条件を書きなさい。

紳太郎さんは，卓也さんが証明した「四角形ＡＢＣＤが長方形ならばＡＣ＝ＢＤである」ことの逆を証明しようとしました。

(2)　上の　　　のことがらの逆を答えなさい。

(3)　(2)で答えた逆のことがらが，正しいか正しいとはいえないかを答えなさい。また，正しいとはいえない場合は，その例を１つ答えなさい。