中学校数学科
２年生
５ 図形の性質と証明
[問題]

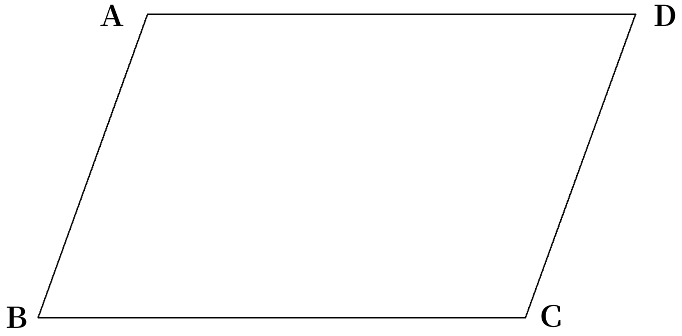
中学校

年　組　　号 氏名

■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　①

1　下の四角形ＡＢＣＤにおいて，「ＡＢ//ＤＣ，ＡＢ＝ＤＣ」が成り立っています。このことは平行四辺形になるための条件に当てはまっているので，四角形は平行四辺形になることが分かります。【H19】



上の下線部「ＡＢ//ＤＣ，ＡＢ＝ＤＣ」が表しているものを，下のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。

イ　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。

ウ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい。

エ　対角線がそれぞれの中点で交わる。

オ　１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい。

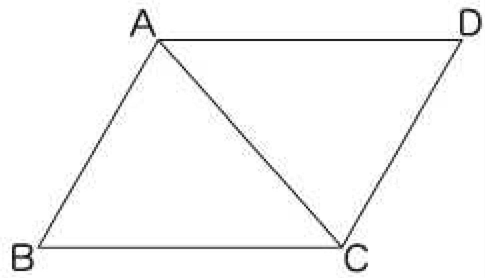
■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　②

2　下のように「平行四辺形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しい」ことを証明しました。【H19】

証明

平行四辺形ABCDの対角線ACをひく。
△ABCと△CDAにおいて，
平行線の錯角は等しいから，
　AB∥DCより，
　　∠BAC＝∠DCA　　　　……①
　AD∥BCより，
　　∠BCA＝∠DAC　　　　……②
また，　AC＝CA（ACは共通）……③
①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
　　△ABC≡△CDA
よって，AB＝CD，BC＝DA
したがって，平行四辺形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しい。



ある学級で，この証明について下のアからエのような意見が出されました。正しいものを１つ選びなさい。

ア　上のように証明しても，平行四辺形の２組の向かい合う辺がそれぞれ等しいかどうかは測って確認しなければならない。

イ　上のように証明しても，ほかの平行四辺形については，２組の向かい合う辺がそれぞれ等しいことを，もう一度証明する必要がある。

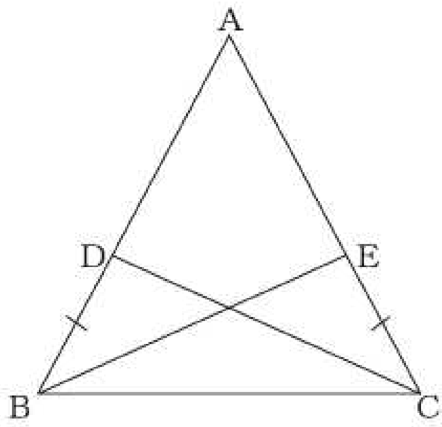
ウ　上の証明から，すべての平行四辺形で，２組の向かい合う辺はそれぞれ等しいことが分かる。

エ　上の証明から，台形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しいことも分かる。

■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　③

３　下の図のような AB＝AC の二等辺三角形ＡＢＣがあります。辺AB，辺AC上にBD＝CE となる点D，点Eをそれぞれとります。このとき，CD＝BEとなることを，次のように証明しました。【H19】



証明

△DBCと△ECBにおいて，
仮定から，BD＝CE　……①
△ABCは二等辺三角形なので底角は等しいから，
∠DBC＝∠ECB　……②
また，BC＝CB（BCは共通）　……③
①，②，③より，$\boxed{}$から，
△DBC≡△ECB
したがって，CD＝BE

上の$\boxed{}$に当てはまる三角形の合同条件を，下のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　３辺がそれぞれ等しい

イ　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ　１辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ　直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい

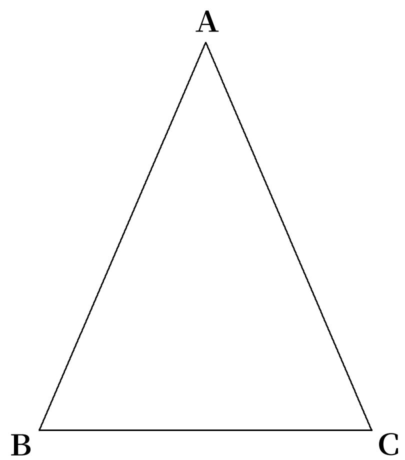
オ　直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

■知識・技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査　A問題　④

4　四角形は，１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいとき，平行四辺形になります。下線部を，下の図の四角形ＡＢＣＤの辺と，記号// ，　＝ を使って表しなさい。【H20】

5　次の図で，△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形です。【H21】



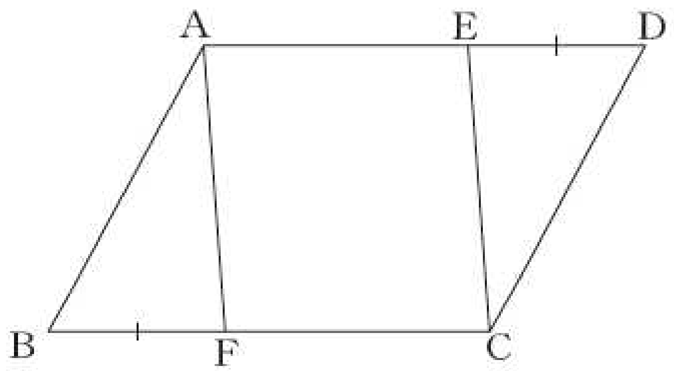
二等辺三角形の２つの底角は等しいといえます。下線部を，上の図の頂点を表す記号と，記号∠，＝を使って表しなさい。

■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　⑤

５　平行四辺形ＡＢＣＤの辺ＡＤ，辺ＢＣ上に，ＤＥ＝ＢＦとなるような点Ｅ，点Ｆをそれぞれとるとき，ＡＦ＝ＣＥとなることを，ある学級では，下の図１をかいて証明しました。【H20】

図 1



証明

△ABF と△CDE において
四角形 ABCD は平行四辺形だから，

AB ＝ CD　　…… ①

∠ABF ＝ ∠CDE　　…… ②

仮定から，　BF ＝ DE　　…… ③

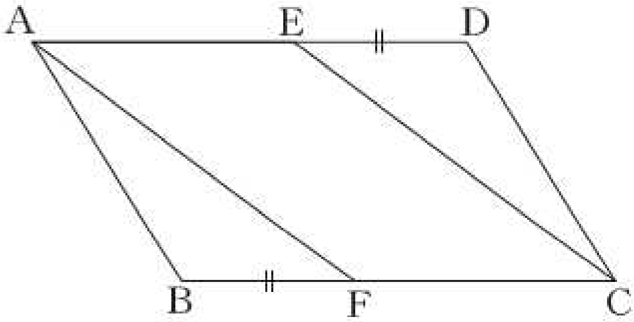
①，②，③より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ABF ≡△CDE

したがって，　AF ＝ CE

この証明のあと，図１と形の違う図２のような平行四辺形ＡＢＣＤについても， 同じようにＡＦ＝ＣＥとなるかどうかを考えてみたところ，下のアからエのような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

図２



ア　図２の場合も，ＡＦ＝ＣＥであることは，すでに前ページの証明で示されている。

イ　図２の場合は，ＡＦ＝ＣＥであることを，改めて証明する必要がある。

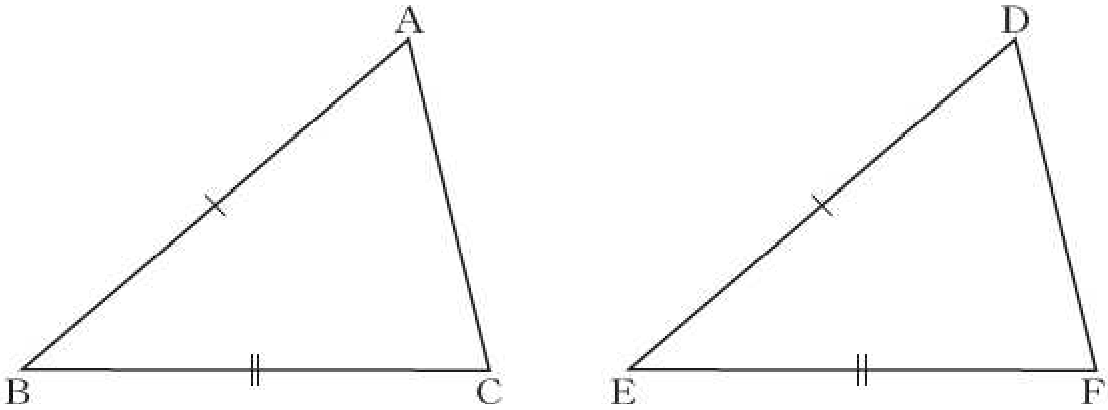
ウ　図２の場合は，ＡＦ＝ＣＥであることを，それぞれの長さを測って確認しなければならない。

エ　図２の場合は，ＡＦ＝ＣＥではない。

■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　⑥

7　次の図で，△ABCと△DEFが合同であることを証明しようとしています。AB＝DE，BC＝EFであることは分かっています。【H21】



三角形の合同条件を用いて証明するために，あと１つどのようなことが分かればよいですか。下の □ を完成しなさい。

・分かっていること

AB＝DE

BC＝EF

・分かればよいこと

$\boxed{\quad = \quad}$

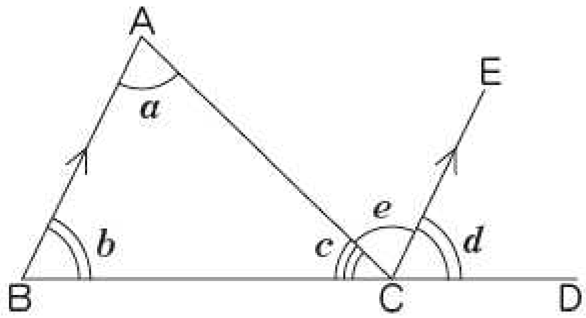
■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　⑦

8　ある学級で，「三角形の内角の和は180°である」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。【H21】

①

下の図の△ABCで，
辺BCを延長した直線上の点をDとし，点Cを通り辺BAに平行な直線CEをひく。



平行線の錯角は等しいから，　$\angle a = \angle e$
平行線の同位角は等しいから，　$\angle b = \angle d$
したがって，

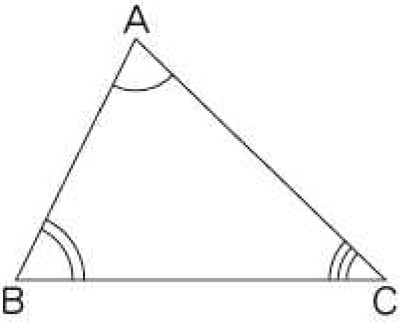
$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle e + \angle d + \angle c$$
$$= 180^\circ$$

よって，三角形の内角の和は180°である。

②

下の図の△ ABC で，

３つの角の大きさをそれぞれ測ると，



∠ A ＝ 72°

∠ B ＝ 64°

∠ C ＝ 44°

したがって，

$$\angle A + \angle B + \angle C = 72^\circ + 64^\circ + 44^\circ$$
$$= 180^\circ$$

よって，三角形の内角の和は 180° である。

どんな三角形でも内角の和は１８０°であることの証明について，下のアからオまでの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　①も②も証明できている。

イ　①は証明できており，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

ウ　①は証明できているが，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても証明したことにはならない。

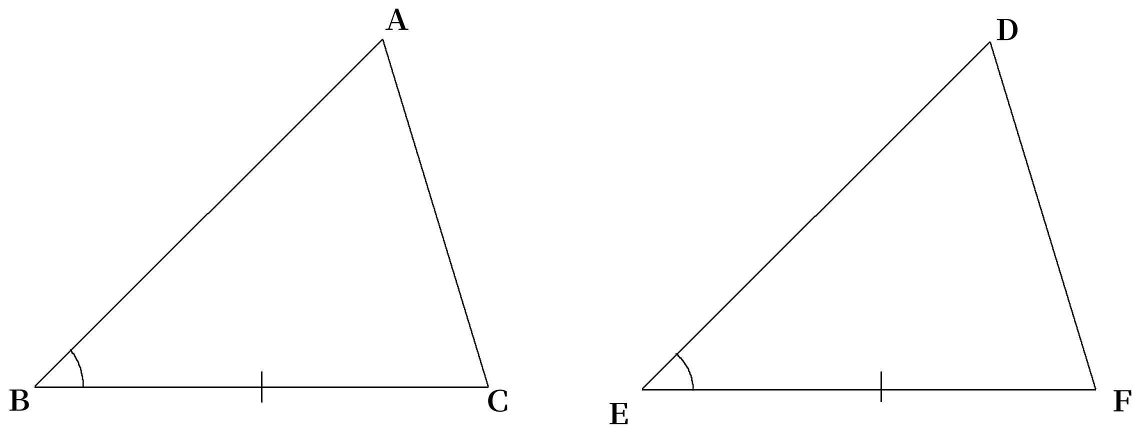
エ　①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

オ　①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが，②はそれでも証明したことにはならない。

■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題①

１　次の図で，△ＡＢＣと△ＤＥＦが合同であることを証明しようとしています。ＢＣ＝ＥＦ，∠ＡＢＣ＝∠ＤＥＦであることは分かっています。



三角形の合同条件を用いて証明するために，あと１つどのようなことが分かればよいですか。下の［　　＝　　］に分かればよいことを書きなさい。

・分かっていること

ＢＣ　＝ＥＦ

∠ＡＢＣ　＝∠ＤＥＦ

・分かればよいこと

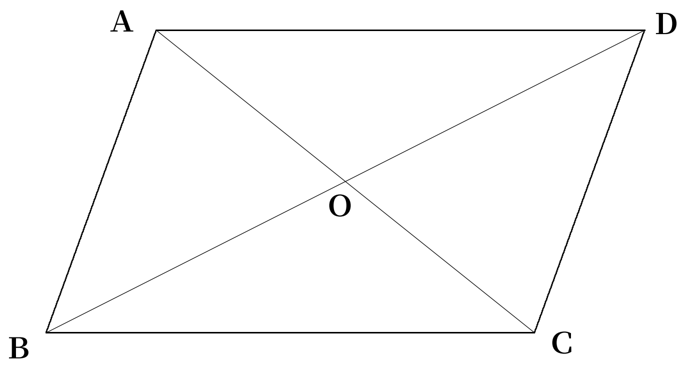
［　　　＝　　　］

■知識･技能の習得を図る問題　　　　　年　　組　　号　氏名

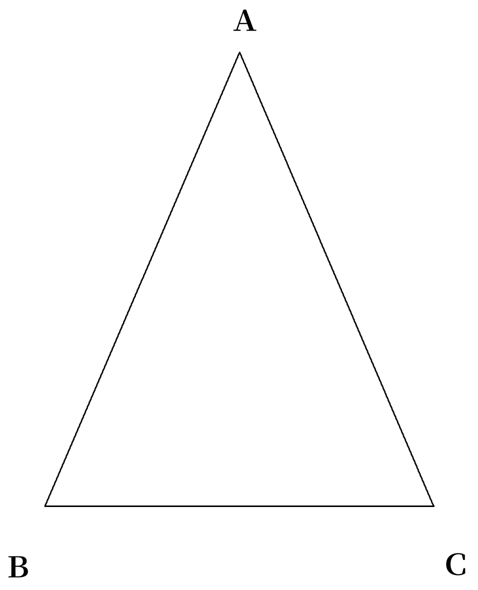
■練習問題②

２　次の問いに答えなさい。

(1)　下の四角形ＡＢＣＤは，２組の向かいあう辺がそれぞれ平行であるとき，平行四辺形になります。下線部を，下の図の四角形ＡＢＣＤの辺と，記号//を使って表すと，
「ＡＤ//ＢＣ，ＡＢ//ＤＣ」
となります。
この他にもあと４つ平行四辺形になるための条件があります。その４つの条件を記号∠，// ，＝ などを使って表しなさい。ただし，点Ｏは四角形の対角線ＡＣ，ＢＤの交点とします。



(2)　次の図で，△ABCはAB＝ACの二等辺三角形です。



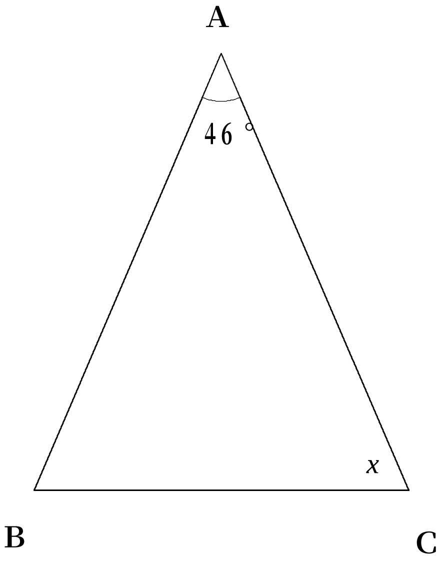
　この二等辺三角形に，『AB＝BC』（またはAC＝BC）という条件が付け加われば正三角形になります。これ以外に，付け加えれば△ABCが正三角形になる条件があります。その条件を記号で答えなさい。

■知識･技能の習得を図る問題　　　年　組　号　氏名

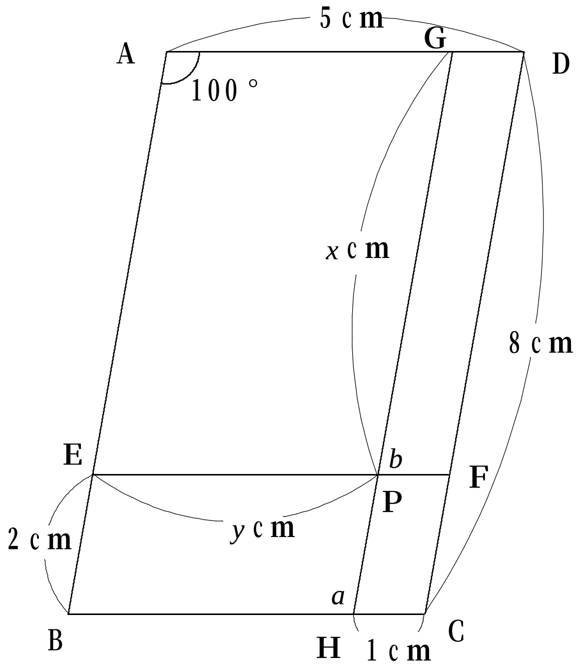
■練習問題③

３　次の角度や辺の長さを求めなさい。

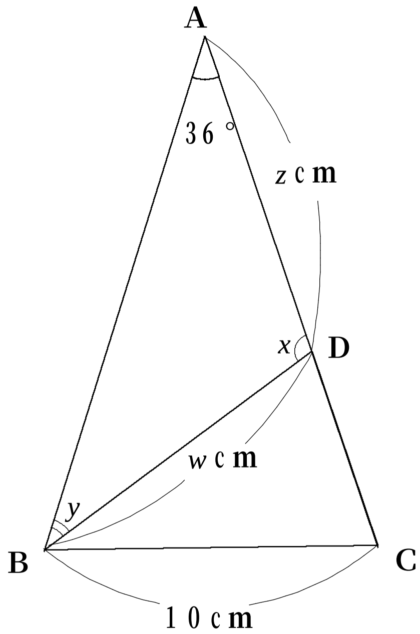
(1)　△ＡＢＣがＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形のとき，∠x の大きさを求めなさい。



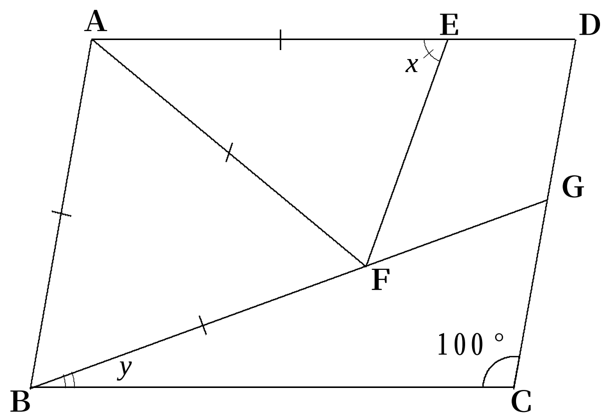
(2)　四角形ＡＢＣＤが平行四辺形で，ＡＢ//ＧＨ，ＡＤ//ＥＦのとき，x，y の値と，∠a，∠b の大きさをそれぞれ求めなさい。



(3)　△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形です。∠Ｂの二等分線と辺ＡＣとの交点をＤとする。このとき，w，z の値と，∠x，∠y の大きさを，それぞれ求めなさい。



(4)　四角形ＡＢＣＤは∠Ｃ＝100°の平行四辺形で，△ＡＢＦはＡＢを１辺とする正三角形とする。辺ＡＤ上にＡＦ＝ＡＥとなる点Ｅをとり，ＢＦの延長と辺ＤＣの交点をＧとする。このとき，∠x，∠y の大きさをそれぞれ求めなさい。

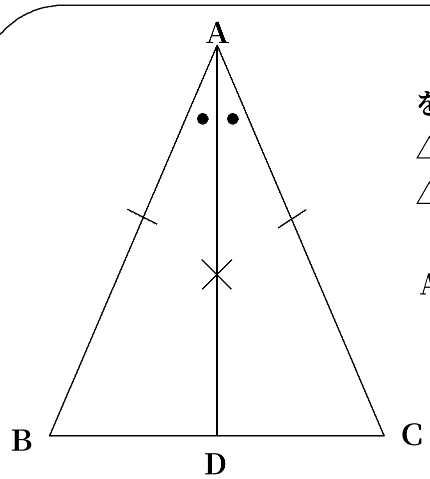


■知識･技能の習得を図る問題　　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題④

4　「二等辺三角形の底角は等しい」ことを下のように証明しました。あとの問いに答えなさい。

【証明】



ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形の，頂角の二等分線をひき，辺ＢＣとの交点をＤとする。
△ＡＢＤと△ＡＣＤで，
△ＡＢＣは二等辺三角形だから，
ＡＢ　＝ＡＣ　　……①
ＡＤは∠Ａの二等分線だから，
∠ＢＡＤ　＝∠ＣＡＤ　……②
共通な辺だから，
ＡＤ　＝ＡＤ　　……③
①，②，③より，
（　　　　　　　　　）ので，
△ＡＢＤ≡△ＡＣＤ
よって，［　　　　　　　　］から，
∠Ｂ＝∠Ｃ

(1)　（　　　　）にあてはまる三角形の合同条件を答えなさい。

(2)　［　　　　］にあてはまる言葉を答えなさい。

(3)　△ＡＢＤと△ＡＣＤの合同から，∠Ｂ＝∠Ｃ以外のことも分かります。その分かることを下のアからエの中から１つ選びなさい。

ア　ＡＤはＢＣを垂直に２等分する。

イ　ＡＢ＝ＡＤになる。

ウ　ＡＢ＝ＢＣ＝ＣＡとなり△ＡＢＣは正三角形になる。

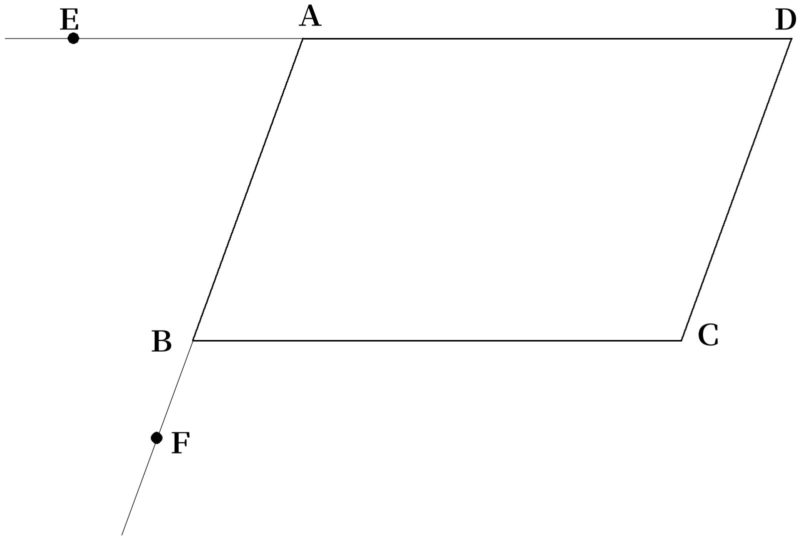
エ　ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形△ＡＢＣでも，上の図と異なる場合は常に，∠Ｂ＝∠Ｃになるとは限らない。

■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑤

５　「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ということを証明しました。あとの問いに答えなさい。

【証明】



上の図の▱ＡＢＣＤで，辺ＤＡの延長上に点Ｅをとり，辺ＡＢの延長上に点Ｆをとる。
▱ＡＢＣＤだから，ＡＤ//ＢＣ。よって，

∠ＤＡＢ＝（　ア　）　……①

また，ＡＢ//ＤＣより，

（　ア　）＝∠Ｃ　……②

①，②より，

∠ＤＡＢ＝∠Ｃ　……③

同様に，ＡＤ//ＢＣより，

∠ＡＢＣ＝（　イ　）　……④

また，ＡＢ//ＤＣより，

（　イ　）＝∠Ｄ　……⑤

④，⑤より，

∠ＡＢＣ＝∠Ｄ　……⑥

よって③，⑥より，平行四辺形の向かい合う角は等しい。

(1)　(　　ア　　)，(　　イ　　) にあてはまる記号をかきなさい。

(2)　①，②，④，⑤の根拠となることがらを下のアからエの中からそれぞれ１つずつ選びなさい。

ア　対頂角が等しいから

イ　同位角が等しいから

ウ　錯角が等しいから

エ　三角形の内角の和は１８０°だから

(3)　平行四辺形の性質は，上で証明したことの他にもまだいくつかあります。平行四辺形の性質として正しいものを下のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　∠A＝∠B, ∠C＝∠Dである。

イ　∠A＋∠B＝１８０°，∠C＋∠D＝１８０°である。

ウ　対角線が垂直に交わっている。

エ　対角線の長さが等しい。

オ　AB＝BC，AD＝DCである。

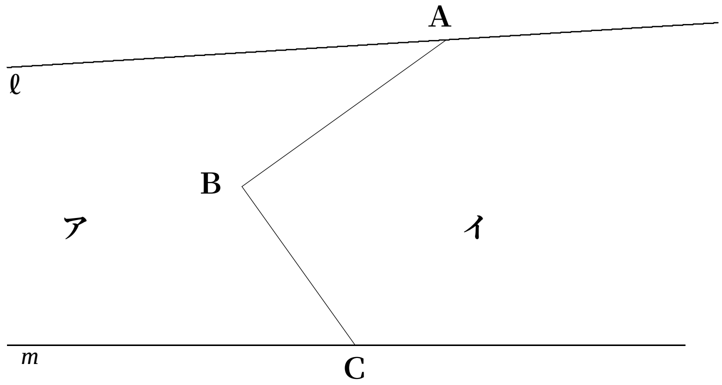
■知識･技能の習得を図る問題　　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑥

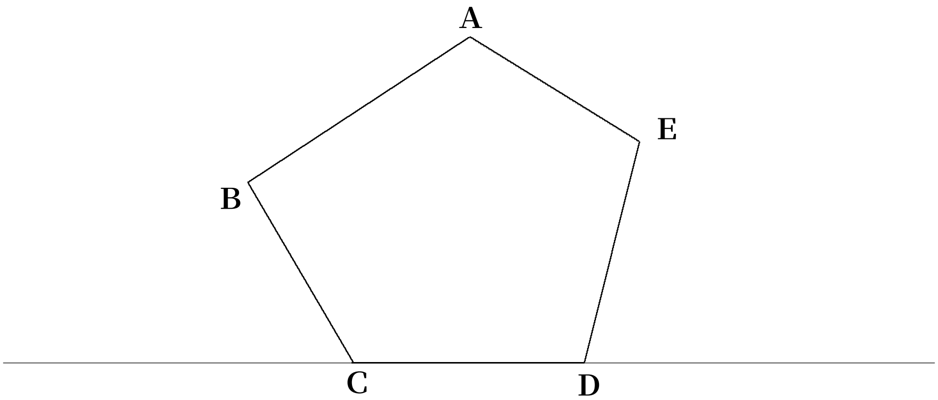
６　次の問いに答えなさい。

(1)　下の図のように，直線 ℓ と m の間にあり，折れ線ＡＢＣを境界とする２つの土地ア，イがあります。それぞれの土地の面積を変えないで，境界を点Ｃを通る線分ＣＤに改めるとき，点Ｄの位置を作図により求めなさい。

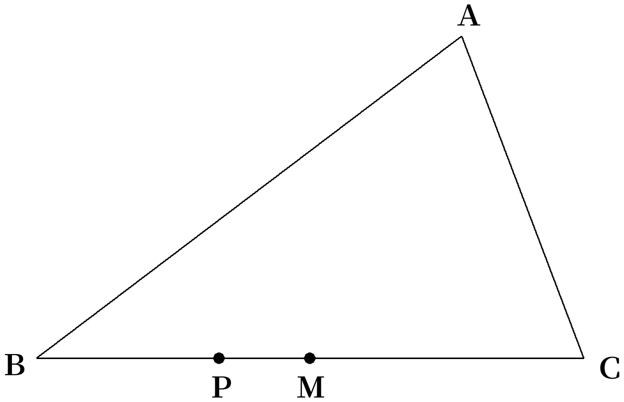
ただし，点Ｄは直線 ℓ 上にあるものとします。



(2)　次の五角形ＡＢＣＤＥと同じ面積の三角形ＡＦＧを作図しなさい。
ただし，点Ｆ，Ｇは直線ＣＤ上にあるものとします。



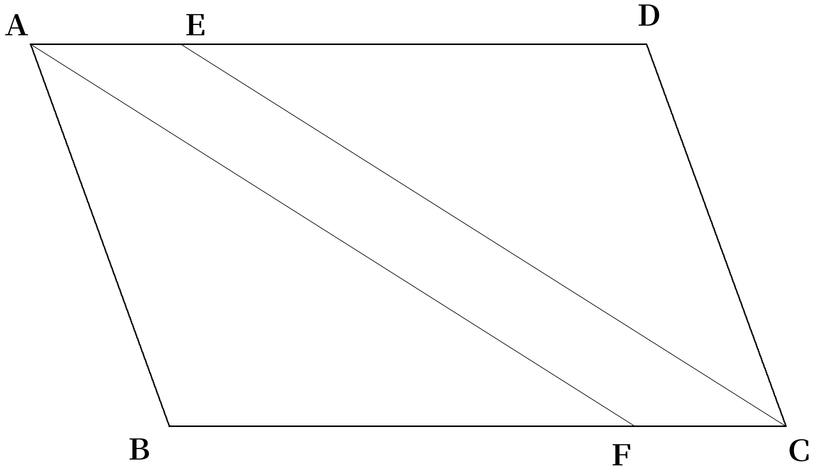
(3)　次の三角形ＡＢＣで，点Ｐを通り，三角形ＡＢＣの面積を２等分する直線をかきなさい。
ただし，点Ｍは，ＢＣの中点とします。



■知識･技能の習得を図る問題　　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑦

７　下の図のように，平行四辺形ＡＢＣＤの辺ＡＤ，ＢＣ上に，ＡＥ＝ＣＦとなる点Ｅ，Ｆをそれぞれとります。このときできる四角形ＡＦＣＥが平行四辺形なることを証明しました。あとの問いに答えなさい。



【証明】

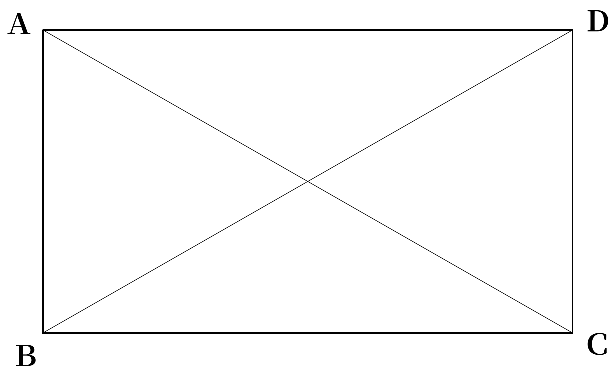
四角形ＡＦＣＥで，
四角形ＡＢＣＤが平行四辺形であることより，向かい合う辺はそれぞれ平行なので，
（　　ア　　）……①
仮定から，
（　　イ　　）……②
①，②から，
（　　ウ　　）から
四角形ＡＦＣＥは平行四辺形になる。

上の証明の中で，ア，イにはあてはまる式を，ウには平行四辺形になるための条件を答えなさい。

■知識･技能の習得を図る問題　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑧

８　下の図の四角形ＡＢＣＤで，卓也さんと紳太郎さんが証明を考えています。あとの問いに答えなさい。



卓也さんは，次のように，「四角形ＡＢＣＤが長方形ならばＡＣ＝ＢＤである」ことを証明しました。

【証明】

△ＡＢＣと△ＤＣＢで，四角形ＡＢＣＤが長方形であれば，

ＡＢ　＝（　①　）

∠ＡＢＣ　＝（　②　）＝９０°

共通な辺だから　ＢＣ　＝（　③　）

よって，（　④　）ので，

△ＡＢＣ≡△ＤＣＢ

だから，

ＡＣ＝ＢＤ

となる。

(1)　上の①から③には記号を，④には合同条件を書きなさい。

紳太郎さんは，卓也さんが証明した「四角形ＡＢＣＤが長方形ならばＡＣ＝ＢＤである」ことの逆を証明しようとしました。

(2)　上の　　　のことがらの逆を答えなさい。

(3)　(2)で答えた逆のことがらが，正しいか正しいとはいえないかを答えなさい。また，正しいとはいえない場合は，その例を１つ答えなさい。

中学校数学科
２年生
５ 図形の性質と証明
[解答]

中学校

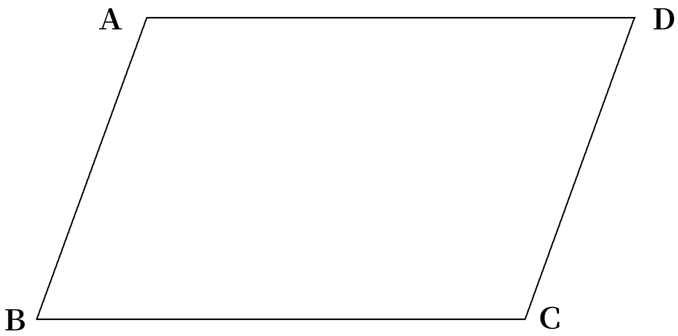
年　組　　号 氏名

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査①　A問題

1

平行四辺形になるための５つの条件を理解しておく必要がある。



平行四辺形になるための５つの条件は次の通り。

①２組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。（定義）
②２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。
③２組の向かい合う角がそれぞれ等しい。
④対角線がそれぞれの中点で交わる。
⑤１組の向かい合う辺が平行で等しい。

「ＡＢ//ＤＣ ，ＡＢ＝ＤＣ」が表しているのは，１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいことを表している。

答え　　オ

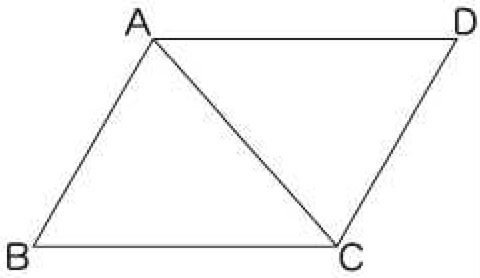
■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査②　A問題

2

証明

平行四辺形ABCDの対角線ACをひく。
△ABCと△CDAにおいて，
平行線の錯角は等しいから，
　AB∥DCより，
　　∠BAC＝∠DCA　　　　……①
　AD∥BCより，
　　∠BCA＝∠DAC　　　　……②
また，　AC＝CA（ACは共通）……③
①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
　　△ABC≡△CDA
よって，AB＝CD，BC＝DA
したがって，平行四辺形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しい。



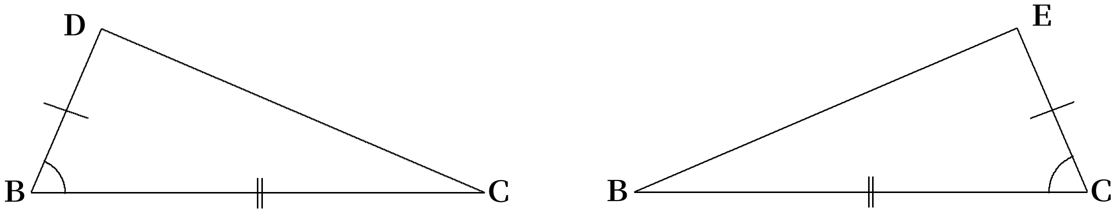
この証明は，どんな平行四辺形であっても同じように適用できる。

答え　　ウ

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査③　A問題

３　２つの三角形を抜き出して考えてみる。



△DBCと△ECBにおいて，

仮定から，　BD＝CE　……①

△ABCは二等辺三角形なので底角は等しいから，

∠DBC＝∠ECB　……②

また，　BC＝CB（BCは共通）　……③

①，②，③より，$\boxed{}$から，

△DBC≡△ECB

したがって，CD＝BE

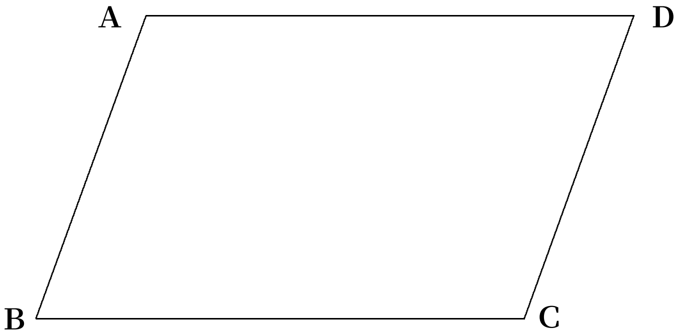
①，②，③を図に表すと，合同条件が，２辺とその間の角がそれぞれ等しいことが分かる。

答え　　イ

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

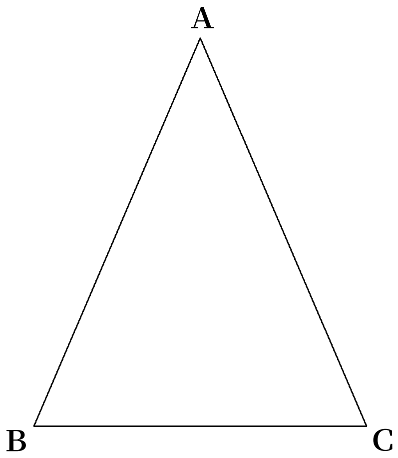
■全国学力･学習状況調査④　A問題

４　ＡＤ，ＢＣの組と，ＡＢ，ＤＣの組の２通りの場合があります。



答え　ＡＢ＝ＤＣ，ＡＢ//ＤＣ
または，
ＡＤ＝ＢＣ，ＡＤ//ＢＣ

５　二等辺三角形の２つの底角は等しいことを記号で表す。この図形の場合はＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形だから，底角は∠Ｂと∠Ｃになる。



答え　∠Ｂ＝∠Ｃ
または，
∠ＡＢＣ＝∠ＡＣＢ　など

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑤　A問題

6

図１

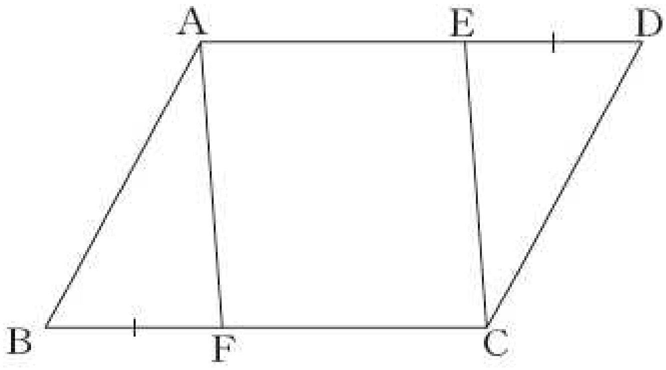


図２

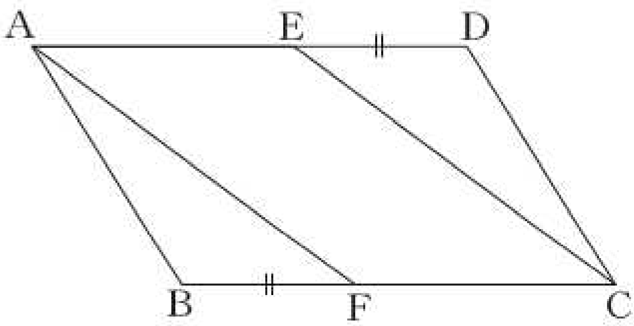


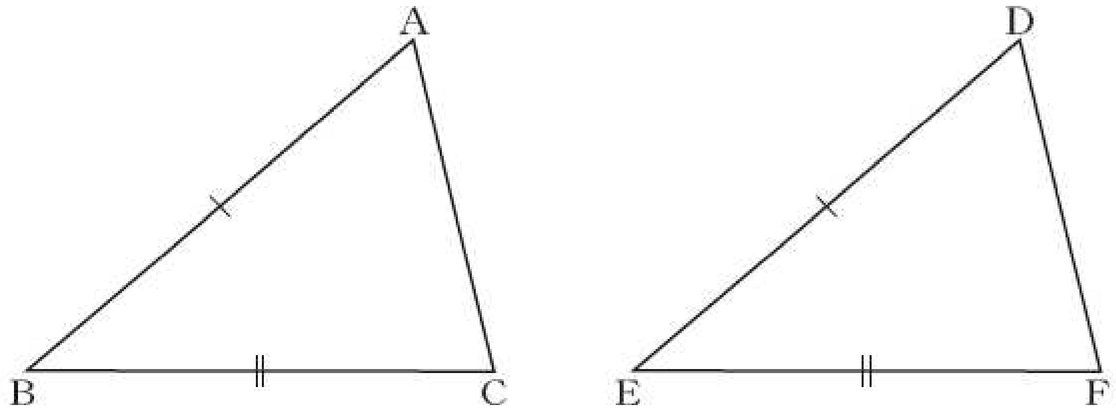
図１でも図２でも，同じように証明することができ，証明の一般性は失われない。

答え　　ア

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑥　A問題

7



・分かっていること

ＡＢ＝ＤＥ

ＢＣ＝ＥＦ

・分かればよいこと

$\boxed{\quad = \quad}$

２辺が等しいことが分かっているので，あとは間の角が等しいか，または，残りの辺が等しいことがいえればよい。

答え　∠Ｂ＝∠Ｅ　（∠ＡＢＣ＝∠ＤＥＦ）
　　　または，
　　　ＡＣ＝ＤＦ

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑦　A問題

8

どんな三角形でも内角の和は180°であることの証明になっているかが問われている問題である。

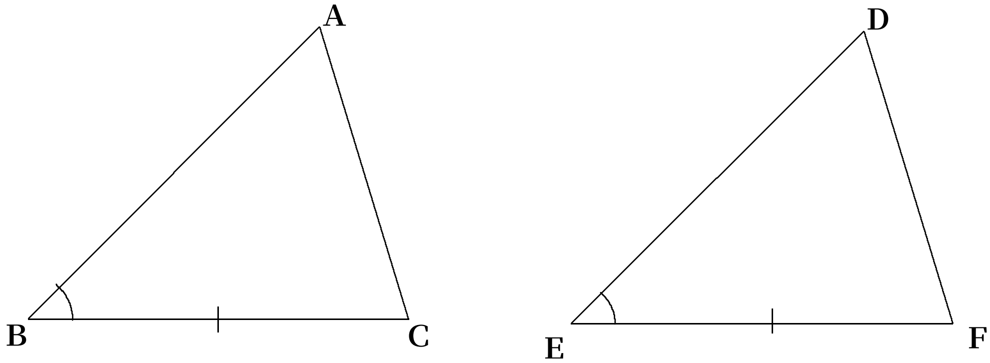
①は一般性が保たれており，どんな三角形でも内角の和は180°ということが証明できている。しかし，②の場合は，与えられた図の場合では成り立っているが，その他の三角形の１つ１つを検証しなければならないので，これは「どんな三角形でも内角の和は180°であることの証明」にはなっていない。

答え　　ウ

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題①

1



ＢＣ＝ＥＦ，∠ＡＢＣ＝∠ＤＥＦであることは分かっているので，あと１つ分かれば合同がいえる。
ＡＢ＝ＤＥならば，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから合同がいえる。
∠Ｃ＝∠Ｆならば，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから合同がいえる。

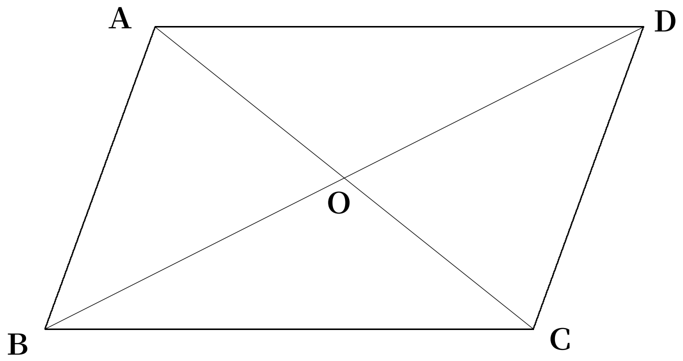
答え　ＡＢ＝ＤＥ
または
∠Ｃ＝∠Ｆ（∠ＡＣＢ＝∠ＤＦＥ）

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題②

2

(1)



平行四辺形になるための条件は次の５つ。（矢印の右側は，記号で表したもの）

①２組の向かい合う辺がそれぞれ平行（定義）。→　「AB//DC，AD//BC」

②２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。→　「AB＝DC，AD＝BC」

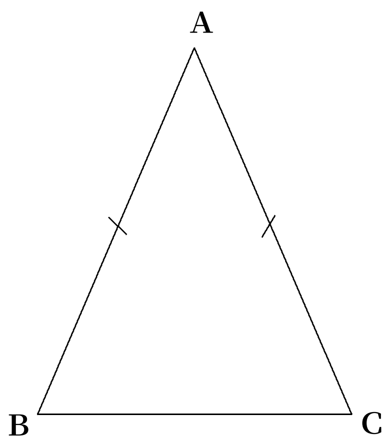
③２組の向かい合う角がそれぞれ等しい。→　「∠BAD＝∠DCB，∠ABC＝∠CDA」

④対角線がそれぞれの中点で交わる。→　「AO＝CO，BO＝DO」

⑤１組の向かい合う辺が等しくて平行。→　「AB＝DC，AB//DC」または，「AD＝BC，AD//BC」

答え
- AB＝DC，AD＝BC
- ∠BAD＝∠DCB，∠ABC＝∠CDA
- AO＝CO，BO＝DO
- AB＝DC，AB//DC
  または，
  AD＝BC，AD//BC

(2)



　二等辺三角形だから，底角は等しい。

よって，

∠B＝∠C

これに，∠Aが等しいことがいえれば，△ABCは，

正三角形になる。

答え　∠A＝∠B

または，

∠A＝∠C

■知識・技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題③

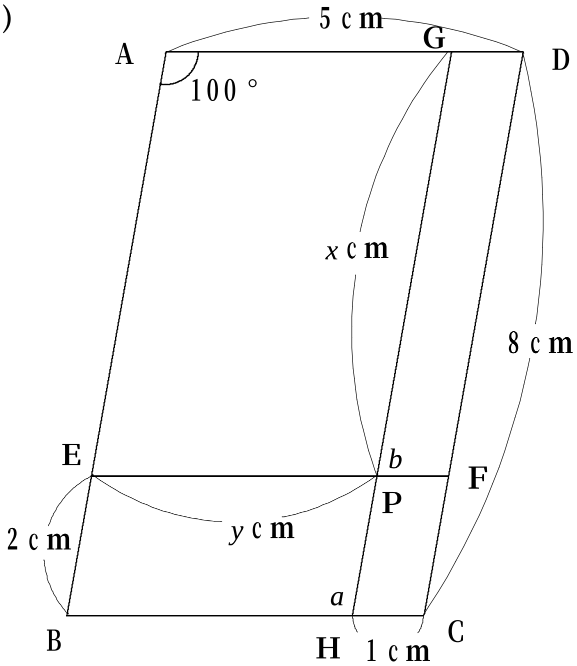
3

(1)　$\angle x = (180° - 46°) \div 2$

$= 67°$

答え　$\angle x = 67°$

(2)



□ABCDで，与えられた条件から，中にできる四角形はすべて平行四辺形である。
よって，平行四辺形の性質から，

$x = 8 - 2 = 6$

$y = 5 - 1 = 4$

となる。また，

$\angle a = \angle A = 100°$

$\angle b = 180° - \angle GPE$

$= 180° - \angle A$

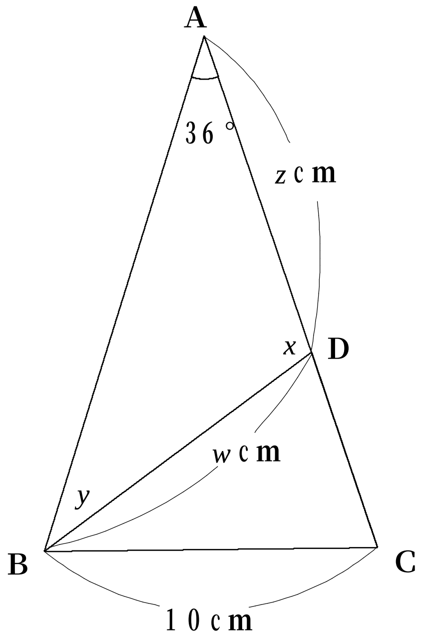
$= 180° - 100°$

$= 80°$

答え　$x = 6$cm　，$y = 4$cm

$\angle a = 100°$，$\angle b = 80°$

(3)



△ＡＢＣは二等辺三角形だから，

∠Ｂ＝∠Ｃ

＝(180°－36°)÷2

＝72°

また，∠ＤＢＣは∠Ｂの半分だから，

∠y＝∠ＤＢＣ

＝72°÷2

＝36°

∠y＝36°

一方，

∠ＣＤＢ＝180°－∠Ｃ －∠ＤＢＣ

＝180°－72°－36°

＝72°

よって，△ＢＤＣも底角が72°の二等辺三角形になる。

したがって，

ＢＣ＝ＢＤ

＝10cm

また，△ＡＢＤも二等辺三角形になる。このことから，角度や辺の長さが求められる。

ＡＤ＝ＢＤ

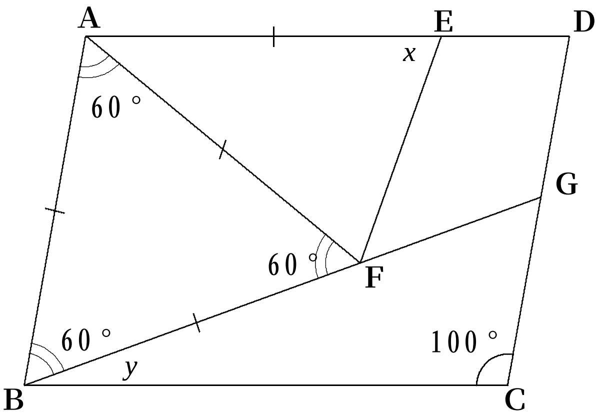
∠x＝180°－36°×2

＝108°

答え　∠x＝108°，∠y＝36°

w＝z＝10cm

(4)



四角形ABCDは平行四辺形より，２組の向かいあう角はそれぞれ等しいから,

∠BAE＝∠C＝100°

△ABFは正三角形だから,

∠EAF＝∠BAE－60°

＝100°－60°

＝40°

よって,

∠x＝(180°－40°)÷2

＝70°

また,

∠BAD＝∠C＝100°, ∠ABC＝∠D,

四角形の内角の和は360°だから,

∠BAE＋∠ABC＋∠C＋∠D＝360°

2×∠ABC＋100°＋100°＝360°

よって,

∠ABC＝80°

これから,

∠y＝80°－∠ABF

＝80°－60°

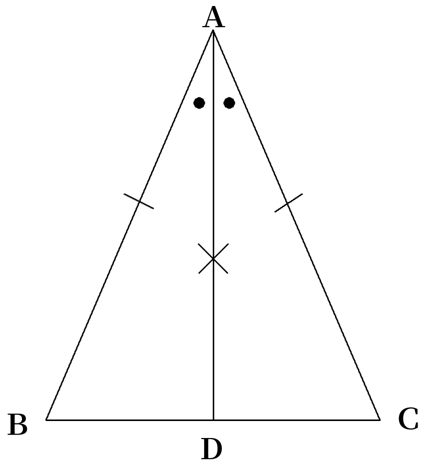
＝20°

答え　∠x＝70°, ∠y＝20°

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題④

4



ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形の，頂角の二等分線をひき，辺ＢＣとの交点をＤとする。
△ＡＢＤと△ＡＣＤで，
△ＡＢＣは二等辺三角形だから，
ＡＢ ＝ＡＣ　　……①
ＡＤは∠Ａの二等分線だから，
∠ＢＡＤ ＝∠ＣＡＤ　……②
共通な辺だから，
ＡＤ ＝ＡＤ　　……③
①，②，③より，
（**２辺とその間の角がそれぞれ等しい**）ので，
△ＡＢＤ≡△ＡＣＤ
よって，［**合同な図形では対応する角の大きさは等しい**］から，
∠Ｂ＝∠Ｃ

(1)　上の証明を参考にするとよい。
答え　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

(2)　上の証明を参考にするとよい。
答え　合同な図形では対応する角の大きさは等しい

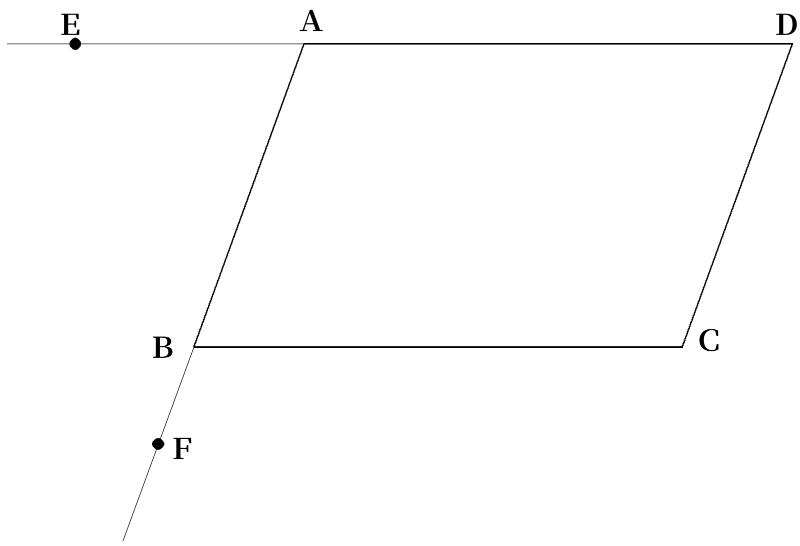
(3)　頂角の二等分線は，底辺を垂直に２等分する。
答え　ア

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑤

5

証明は次の通り。



上の図の▱ＡＢＣＤで，辺ＤＡの延長上に点Ｅをとり，辺ＡＢの延長上に点Ｆをとる。
▱ＡＢＣＤだから，ＡＤ//ＢＣ。よって，

∠ＤＡＢ＝（　∠ＣＢＦ　）　……①

また，ＡＢ//ＤＣより，

（　∠ＣＢＦ　）＝∠Ｃ　……②

①，②より，

∠ＤＡＢ＝∠Ｃ　……③

同様に，ＡＤ//ＢＣより，

∠ＡＢＣ＝（　∠ＥＡＢ　）　……④

また，ＡＢ//ＤＣより，

（　∠ＥＡＢ　）＝∠Ｄ　……⑤

④，⑤より，

∠ＡＢＣ＝∠Ｄ　……⑥

よって③，⑥より，平行四辺形の向かい合う角は等しい。

(1)　上の証明を参考に考えるとよい。

答え　ア……∠ＣＢＦ（または，∠ＦＢＣ）
イ……∠ＥＡＢ（または，∠ＢＡＥ）

(2)　答えは次のとおり。

答え　①……イ，②……ウ
④……ウ，⑤……イ

(3)　平行四辺形の性質は，イだけである。

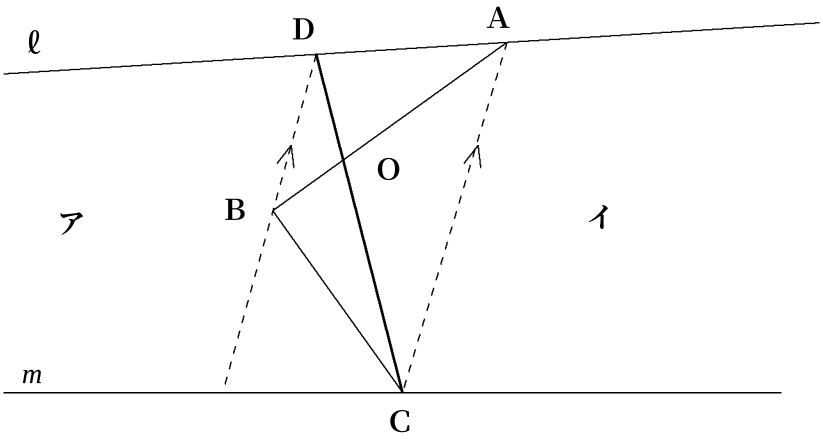
答え　イ

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑥

６　解答は下のとおり。

(1)



①線分ＡＣをひく。

②線分ＡＣと平行で，点Bを通る直線をひく。

③直線ℓと②の直線の交点をＤとすると，△ＡＢＣと△ＡＤＣは底辺が共通で，高さが等しいので，△ＡＢＣと△ＡＤＣの面積は等しい。

④境界線をＡＢからＣＤとすると，△ＢＯＣがアの土地になるが，その代わり△ＤＯＡが新たにイの土地になる。よって，

△ＡＢＣ＝△ＡＤＣより，両辺から△ＡＯＣの面積をひくと，

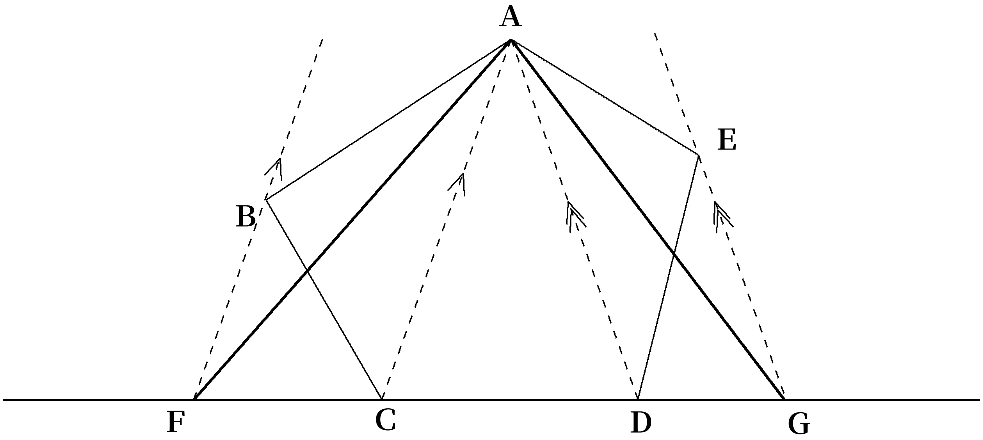
△ＡＢＣ－△ＡＯＣ＝△ＡＤＣ－△ＡＯＣ

△ＢＯＣ＝△ＤＯＡ

となり，ア，イの面積は変わらない。

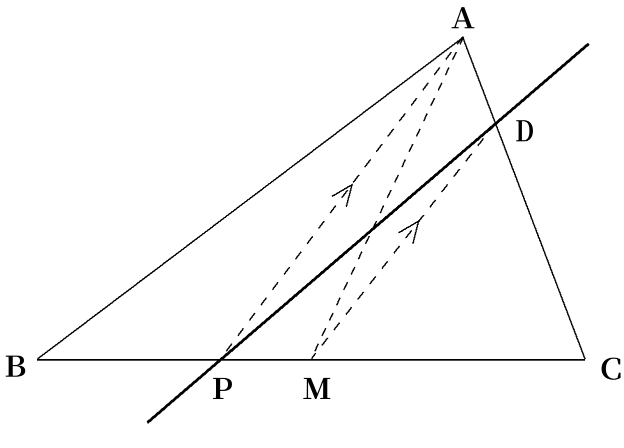
⑤よって，線分CDが新しい境界になる。

(2)



①線分ACをひく。
②線分ＡＣに平行で，点Ｂを通る直線をひき，直線CDとの交点を点Ｆとする。
△ABCと△AFCは，底辺（AC）が共通で，高さが等しいので，面積が等しい。
△ABC＝△AFC
③線分ＡＤをひく。
④線分ＡＤに平行で，点Ｅを通る直線をひき，直線CDとの交点を点Ｇとする。
△AEDと△AGDは，底辺（AD）が共通で，高さが等しいので，面積が等しい。
△AED＝△AGD
⑤五角形ABCDE＝△ABC＋△ACD＋△AED
＝△AFC＋△ACD＋△AGD
＝△AFG

(3)

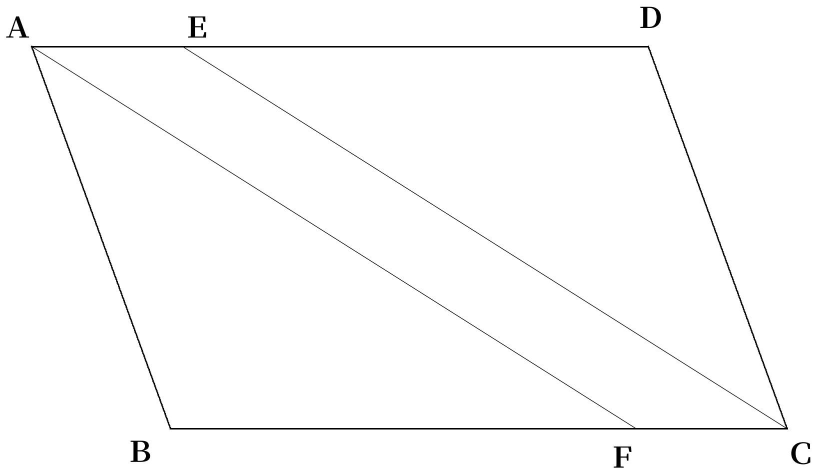


①線分AM，APをひく。
②線分APと平行で点Mを通る直線をかき，ACとの交点をＤとする。
AMは△ＡＢＣの面積の二等分線である。また，△APMと△APDは，底辺（AP）が共通で，高さも等しいので面積は等しい。よって，△APM＝△APD。
③よって，点Ｐと点Ｄを結ぶ直線が△ABCを点Ｐを通って２等分する直線である。

知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑦

７　解答は下の通り。



証明

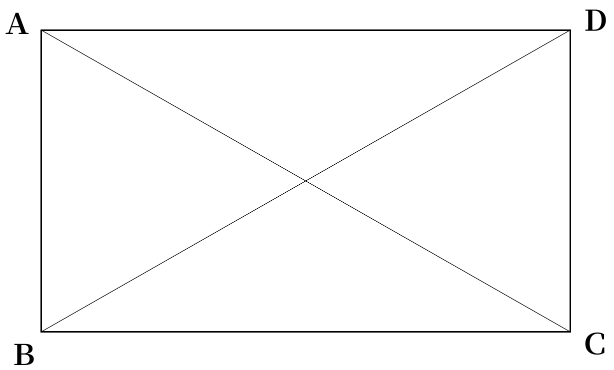
四角形ＡＦＣＥで,
四角形ＡＢＣＤが平行四辺形であることより，向かい合う辺はそれぞれ平行なので,
（　**ＡＥ//ＣＦ**　）……①
仮定から,
（　**ＡＥ＝ＣＦ**　）……②
①，②から,
（**１組の向かい合う辺が等しくて平行**）から
四角形ＡＦＣＥは平行四辺形になる。

答え　ア……ＡＥ//ＣＦ　　イ……ＡＥ＝ＣＦ
ウ……１組の向かい合う辺が等しくて平行

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑧

8



【証明】

△ＡＢＣと△ＤＣＢで，四角形ＡＢＣＤが長方形であれば，

ＡＢ　＝（　**ＤＣ**　）

∠ＡＢＣ　＝（　**∠ＤＣＢ**　）＝９０°

共通な辺だから　ＢＣ　＝（　**ＣＢ**　）

よって，（　**２辺とその間の角がそれぞれ等しい**　）ので，

△ＡＢＣ≡△ＤＣＢ

だから，

ＡＣ＝ＢＤ

となる。

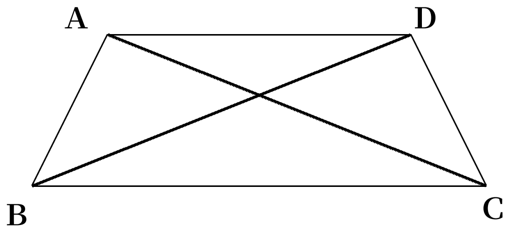
(1)　上の証明を参考にするとよい。

答え　①……ＤＣ　②……ＣＢ　③……∠ＤＣＢ
④……２辺とその間の角がそれぞれ等しい

(2)　仮定と結論を入れかえるとよい。

答え　ＡＣ＝ＢＤならば四角形ＡＢＣＤは長方形である

(3)　四角形ＡＢＣＤでＡＣ＝ＢＤであったとしても，次のような台形が考えられる。



答え　正しくない。

中学校数学科

２年生

５　図形の性質と証明

[指導に当たって(教師用)]

■知識･技能の習得を図る問題

■全国学力･学習状況調査　A問題

【指導に当たって】

■学年	２年
■単元	２－５　図形の性質と証明
■問題のねらい	［問題１］ 記号を用いて表された「平行四辺形になるための条件」を正しく理解している。
	［問題２］ 証明の意義について理解している。
	［問題３］ 証明を読み，そこに用いられている三角形の合同条件を理解している。
	［問題４］ 図形の性質や条件を，記号を用いて表すことができる。
	［問題５］ 図形の性質や条件を，記号を用いて表すことができる。
	［問題６］ 証明の意義について理解している。
	［問題７］ 三角形の合同条件を基にして，２つの三角形が合同であることを判断する際に必要な辺や角の相等関係を指摘できる。
	［問題８］ 証明の意義について理解している。

１　平行四辺形の性質

記号で表された図形の性質を，図と対応させて読み取ることができるように指導することが大切である。

本問題では，選択肢アとイを選んだ生徒は辺の平行や相等は読み取れているので，「２組の辺」や「１組の辺」の意味を図と対応させて確認することが考えられる。

「平行四辺形の１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい」ことを　図の記号を用いて表すと２通りに表せることなど，言葉と記号による表現の違いを図と対応させながら確認できるようにすることも大切である。

２　証明の意義

証明に用いる図は，条件に当てはまるすべての図の代表として用いられていることを理解できるように指導することが大切である。

例えば，証明した後で，条件に合う別の図でも証明が成り立つことを確認することにより，もう一度証明する必要がないことを理解することが考えられる。

3　三角形の合同条件

図に示されたことを記号を用いて示すことと，記号で表されたことを図と対応させて読み取ることを的確にできるよう指導することが大切である。

例えば，三角形の合同条件を成り立たせる３つの要素（証明中の①，②，③）を，図に色や印を付けて対応させる工夫が考えられる。

また，本問題のように合同な三角形が重なり合っている場合には，２つの三角形を別々にかき出し，辺や角の対応関係を確認することも大切である。

4　図形の性質を記号で表すこと

辺や角などについての関係を，記号を用いて正しく表すことができるよう指導することが大切である。

図形の性質の考察では，辺や角などについての関係を記号を用いて簡潔に表すことが不可欠である。図形の構成要素間の関係を記号で表したり，記号で表された内容を読み取ったりして，考察に生かすことが大切である。

指導に当たっては，図形の性質の証明において，仮定や結論を記号で表して証明を構想したり，構成したりすることや，記号で表された事柄を読み取り，正しく説明できるようにすることなどが考えられる。

5　図形の性質を記号で表すこと

辺や角などについての関係を，記号を用いて正しく表すことができるよう指導することが大切である。

図形の性質の考察では，辺や角などについての関係を記号を用いて簡潔に表すことが必要である。図形の構成要素間の関係を記号で表したり，記号で表された内容を読み取ったりして，考察に生かすことが大切である。

指導に当たっては，図形の性質の証明において，仮定や結論を記号で表して証明を構想したり，構成したりすることや，記号で表された事柄を読み取り，正しく説明できるようにすることなどが考えられる。

6　証明の意義

証明の意義について理解できるようにし，証明の学習への意欲を高めるよう指導することが大切である。

証明の学習を進める中で，証明の意義を常に意識できるようにする必要がある。ある図形について証明された性質は，同じ条件を満たすすべての図形について例外なく成り立つ。そのため，実際に長さを測って確かめたり，同じ条件を満たす他の図形についても改めて考え直したりする必要はない。証明の必要性や重要性を認識し，証明の学習へ

の意欲を高める上で，こうした証明の意義について理解できるようにすることが大切である。

指導に当たっては，証明をする前に，条件に合う図を複数かいて考えたり，証明した後で，条件に合う別の図でも証明が成り立つことを確認したりすることを通して，同じ条件を満たす他の図についてもう一度証明する必要がないことを理解できるようにすることなどが考えられる。

7　三角形の合同条件を記号で表すこと

２つの三角形の合同を証明するために必要な要素を考えることができるよう指導することが大切である。

三角形の合同を証明するには，三角形の合同条件を理解し，２つの三角形の要素の相等関係について与えられた条件から分かることと分からないことを明確にとらえられることが大切である。

指導に当たっては，２つの三角形について相等関係が分かっている要素を確認し，三角形の合同条件と照らし合わせ，さらに，どの要素の相等が分かればよいかを考える場面を設定することが考えられる。

8　証明の意義

帰納と演繹の違いを理解し，証明の意義についての理解を深められるよう指導することが大切である。

帰納的な方法は，図形の性質や関係を見いだしたり，個々の具体的な図形を考察したりする方法としては大切であるが，その見いだした個々の図形の性質や関係の一般性を保証するものではない。このような帰納的な方法の役割と限界を理解し，演繹的な推論による証明により命題が例外なしに成り立つことを明らかにできるということの理解を深めることが大切である。

指導に当たっては，演繹的な推論による証明だけでなく帰納的な方法も取り入れ，それぞれのもつ役割を理解できるようにすることが考えられる。

例えば，円周角の定理を学習する場面で，いろいろな場合について図をかいて，１つの弧に対する円周角の大きさが等しいことや円周角の大きさが中心角の大きさの半分になることを帰納的に予想し，そのことを演繹的に証明する方法を考え，それぞれの場面で用いた推論の方法とその違いを確認する機会を設定することなどが考えられる。