中学校数学科
２年生
１　式の計算
[問題]

中学校

年　組　号氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　　年　組　号氏名

■全国学力･学習状況調査①　B問題

1　太郎さんは，連続する３つの自然数の和がどんな数になるかを調べています。【H19】

1，2，3　のとき，　$1+2+3=6$

2，3，4　のとき，　$2+3+4=9$

3，4，5　のとき，　$3+4+5=12$

これらの結果から，**連続する３つの自然数の和は３の倍数になる**ことを予想し，この予想が正しいことを下のように説明しました。

【太郎さんの説明】

連続する３つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると
連続する３つの自然数は，n，$n+1$，$n+2$ と表される。
連続する３つの自然数の和は，

$$n+(n+1)+(n+2)=n+n+1+n+2$$
$$=3n+3$$
$$=3(n+1)$$

$n+1$ は自然数だから，$3(n+1)$ は３の倍数である。

次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1)　太郎さんの説明の最後の式 $3(n+1)$ から，
連続する３つの自然数の和は３の倍数である
ことのほかに分かることがあります。下のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　連続する３つの自然数の和は奇数である。

イ　連続する３つの自然数の和は偶数である。

ウ　連続する３つの自然数の和は最も小さい数の３倍である。

エ　連続する３つの自然数の和は中央の数の３倍である。

オ　連続する３つの自然数の和は最も大きい数の３倍である。

(2)【太郎さんの説明】から，

　　連続する５つの自然数の和は５の倍数になる

ことが予想されます。太郎さんの説明を参考にして，このことが正しいことの説明を完成しなさい。

【説明】

連続する５つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると，

連続する５つの自然数は，n，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$ と表される。

連続する５つの自然数の和は，

$n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)$

$=n+n+1+n+2+n+3+n+4$

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　　年　組　号氏名

■全国学力･学習状況調査②　B問題

２　あるサッカー大会では，５チームが他のすべてのチームと１回ずつ試合をし，下の表のような結果になりました。【H19】

	勝った試合数	負けた試合数	引き分けた試合数
Ｐチーム	2	2	0
Ｑチーム	3	1	0
Ｒチーム	2	0	2
Ｓチーム	0	3	1
Ｔチーム	1	2	1

この大会では，次のようにして順位が決められました。

【順位の決め方】

１試合ごとに勝ったチームには３点，負けたチームには０点，引き分けると両チーム１点ずつ与え，合計点数の多いチームを上位として順位を決める。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)　前ページの順位の決め方にしたがうと，Ｒチームの合計点数は何点になりますか。

(2)　この大会で１位になったのはどのチームですか。下のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　Ｐチーム
イ　Ｑチーム
ウ　Ｒチーム
エ　Ｓチーム
オ　Ｔチーム

(3)　この大会の順位は，前ページの順位の決め方から，勝った試合数を a，引き分けた試合数を b とするとき，$3a+b$ の値で決まります。
麻衣さんは，この大会の順位の決め方について，次のように言っています。

負けたチームは０点とすることを変えずに，勝った場合や引き分けた場合に与える点数を変えると，順位が変わると考えて，新しい式をつくりました。
その式で合計得点を計算すると，Ｑチームと Ｒチームの合計得点が同じで両チームが１位になりました。

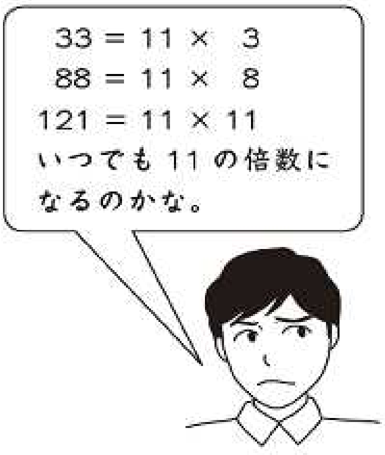
Ｑチームと Ｒチームの合計点数が同じで，両チームが１位になるような式を a，b を使って表しなさい。また，その式で，Ｑチームと Ｒチームが同点で１位になることを説明しなさい。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　　年　組　号氏名

■全国学力･学習状況調査③　B問題

3　直樹さんは，２けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和がどんな数になるかを考えています。【H20】

21 のとき	21+12 ＝ 33
35 のとき	35+53 ＝ 88
47 のとき	47+74 ＝121
82 のとき	①



上で調べたことから，直樹さんは，次のことを予想しました。

【直樹さんの予想】

２けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は，11の倍数になる。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)　上の ① に当てはまる式を書きなさい。

(2)　**直樹さんの予想が正しいことの説明を完成しなさい。**

11の倍数であることを説明するには，
11と自然数の積になることをいえばいいんだ。

【説明】

２けたの自然数の十の位の数を x**，一の位の数を** y **とすると，**
２けたの自然数は，$10x+y$
十の位の数と一の位の数を入れかえた数は，$10y+x$
と表される。したがって，それらの和は，

$(10x+y)+(10y+x)$

(3)　直樹さんは，**２けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は，どんな数になるかを考えてみたいと思い，いくつかの場合を調べました。**

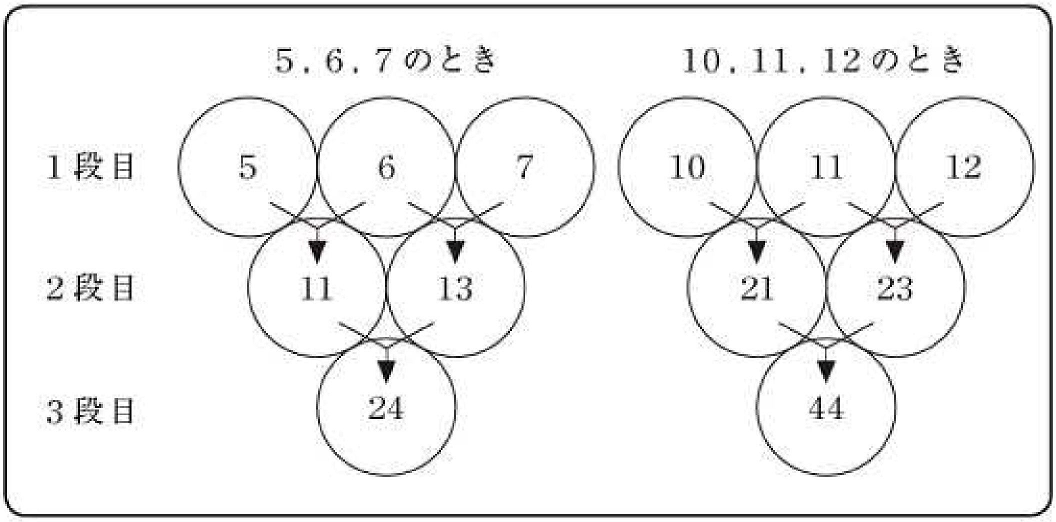
41のとき　$41-14=27$
53のとき　$53-35=18$
82のとき　$82-28=54$
⋮　　　⋮

これらのことから，２けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差について，どのようなことが予想できますか。前ページの直樹さんの予想のように，「〜は，……　になる。」という形で答えなさい。ただし，55のように，十の位の数と一の位の数が等しい数は考えないことにします。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　　年　組　号氏名

■全国学力･学習状況調査④　B問題

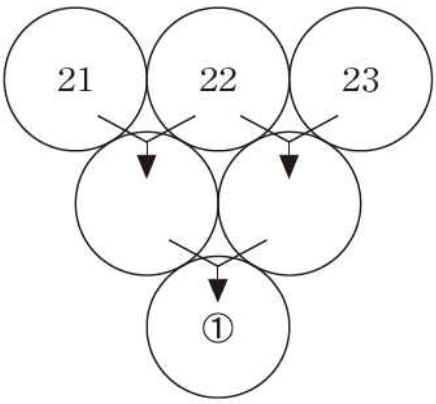
４　健治さんは，次の図のように，３段に並んでいる○の１段目に連続する３つの自然数を順に入れました。そして，隣り合う２つの数の和を２段目の○に入れ，同じようにして３段目の数を求めました。【H21】



健治さんは，24＝4×6，44＝4×11であることから，１段目にどんな連続する３つの自然数を順に入れても，**３段目の数はいつも４の倍数になること**を予想しました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)　連続する３つの自然数を21，22，23とするとき，下の図の①に当てはまる数を求めなさい。



(2)「１段目にどんな連続する３つの自然数を順に入れても，３段目の数はいつも４の倍数になる。」という健治さんの予想が正しいことの説明を完成しなさい。

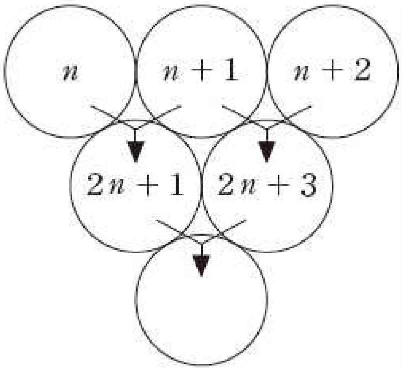
【説明】

連続する３つの自然数のうち，
最も小さい数を n とすると，
３つの自然数は，n，$n+1$，$n+2$
と表される。
このとき２段目の数は，それぞれ

$n+(n+1)=2n+1$

$(n+1)+(n+2)=2n+3$

であるから，３段目の数は，



$(2n+1)+(2n+3)=$

(3)　上の説明で，２段目の２つの数は，$2n+1$，$2n+3$ と表されています。このことから，２段目の２つの数について，いつもいえることがあります。下のアからオまでの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　２段目の２つの数は，連続する偶数である。

イ　２段目の２つの数は，連続する奇数である。

ウ　２段目の２つの数は，奇数と偶数である。

エ　２段目の２つの数は，一の位の数が１と３である。

オ　２段目の２つの数は，十の位の数が等しい。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　　年　組　号氏名

■練習問題①

１　太郎さんは，ある月のカレンダーを見ていて，数の間にある関係について調べています。

カレンダー

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

$\boxed{\begin{array}{c}1\\8\\15\end{array}}$ のとき，$1+8+15=24$

$\boxed{\begin{array}{c}10\\17\\24\end{array}}$ のとき，$10+17+24=51$

$\boxed{\begin{array}{c}13\\20\\27\end{array}}$ のとき，$13+20+27=60$

これらの結果から，カレンダーの上から３つの自然数の和は，３の倍数になることを予想し，この予想が正しいことを，次のように説明しました。

【太郎さんの説明】

３つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると，
３つの自然数は，n，$n+7$，$n+14$ と表される。
３つの自然数の和は，

$$\begin{aligned} n+(n+7)+(n+14) &= n+n+7+n+14 \\ &= 3n+21 \\ &= 3(n+7) \end{aligned}$$

$n+7$ は自然数だから，$3(n+7)$ は３の倍数である。

次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1)　太郎さんの説明の最後の式 $3(n+7)$から，

３つの自然数の和は３の倍数である

ことのほかに分かることがあります。下のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　３つの自然数の和は奇数である。

イ　３つの自然数の和は偶数である。

ウ　３つの自然数の和は最も小さい数の３倍である。

エ　３つの自然数の和は中央の数の３倍である。

オ　３つの自然数の和は最も大きい数の３倍である。

(2)　太郎さんの説明から，

カレンダーの上から５つの自然数の和は５の倍数になる

ことが予想されます。太郎さんの説明を参考にして，このことが正しいことの説明を完成しなさい。

【説明】

５つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると，
５つの自然数は，n，$n+7$，$n+14$，$n+21$，$n+28$
と表される。
５つの自然数の和は，

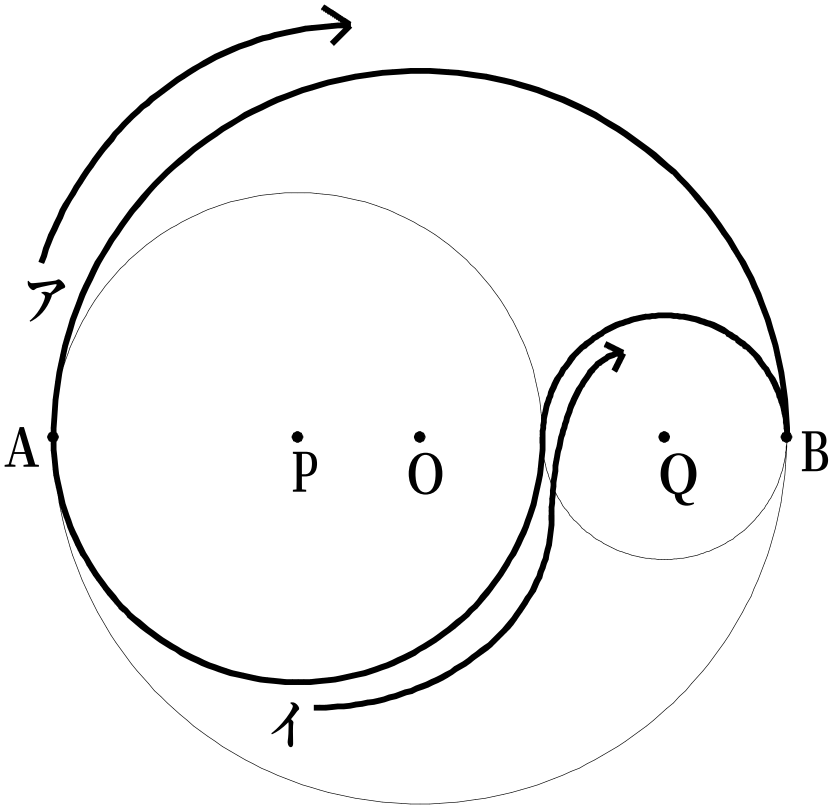
$$n+(n+7)+(n+14)+(n+21)+(n+28)$$
$$=n+n+7+n+14+n+21+n+28$$

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　　年　組　号氏名

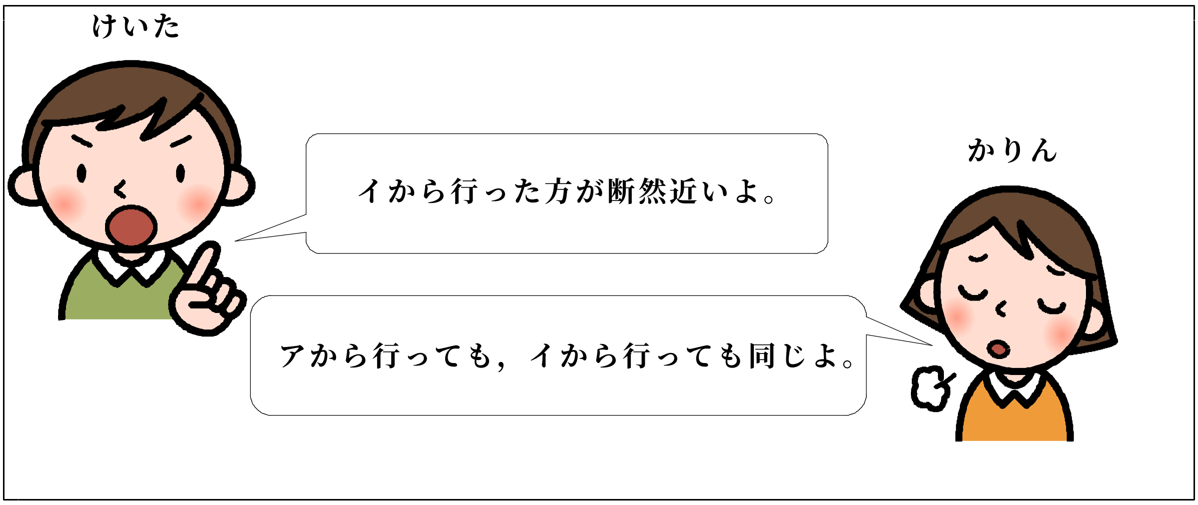
■練習問題②

２　けいたさんとかりんさんは，円Ｏ，円Ｐ，円Ｑの円周からできる道路を使って，Ａ地点からＢ地点まで，買い物に行く道のりについて会話をしています。

円Ｐの半径を a m，円Ｑの半径を b mとして，あとの問いに答えなさい。



【けいたとかりんの会話】



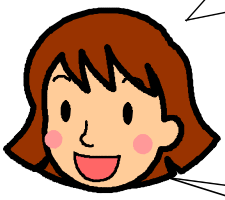
(1)　けいたくんが考えるイの道のりを求めなさい。

(2)　かりんさんは，どちらから行っても，距離は等しいといっています。そのわけを説明しなさい

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　　年　組　号氏名

■練習問題③

3　花子さんが，２けたの自然数とその数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差について，次のような発見をしました。



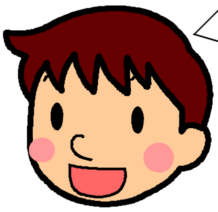
私は，発見したわ。一の位の数が０でない２けたの自然数に関することよ。
実は，この自然数と一の位の数と十の位の数を入れかえた自然数の差は，９の倍数になるのよ。
このことを，文字を使って説明するわ。

まず，最初の自然数の十の位の数を a，一の位の数を b とすると，$10a+b$ となるわ。そうすると，一の位の数と十の位の数を入れかえた数は，$10b+a$ とおけるから，2つの数の差をとると，

$$
\begin{aligned}
(10a+b)-(10b+a) &= 10a+b-10b-a \\
&= 9a-9b \\
&= 9(a-b)
\end{aligned}
$$

９×整数となるのでこれは９の倍数になるのよ。

これを聞いていた太郎君も，新しい発見をしました。



花子さんのを聞いて，ぼくも考えてみたよ。３けたの自然数で発見したよ。それは，一の位の数が０でない３けたの自然数と，一の位の数と百の位の数を入れかえた自然数と差は，必ず９９の倍数になるんだ。例えば，最初の自然数が９５２とすると，

$$
\begin{aligned}
952-259 &= 693 \\
&= 99\times 7
\end{aligned}
$$

となって，９９の倍数ということがいえるんだ。

花子さんの方法を利用して，太郎君の発見が正しいことを，文字式や言葉を使って説明しなさい。ただし，はじめの３けたの自然数は，百の位の数を a，十の位の数を b，一の位の数を c として考えなさい。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　　年　組　号氏名

■練習問題④

4　次は，花子さんと太郎君が割り算について会話をしています。あとの問に答えなさい。
【花子さんと太郎さんの会話】

花子さん：わり算で，わられる数とわる数，商とあまりの関係はどうなってたかなあ。

太郎君　：一般に次のような関係があるんだよ。
（わられる数）＝（わる数）×（商）＋（あまり）・・・（☆）

花子さん：えーと，難しいなあ。具体的に数字で考えてみるわ。例えば，１３を5，6，7でわってみると，次のような式になるよね。

１３÷５＝２　あまり３　･･･①
１３÷６＝２　あまり１　･･･②
１３÷７＝１　あまり６　･･･③

だから，（☆）のようにあらわすと，

①より，　１３＝５×２＋３
②より，　１３＝６×２＋１
③より，　$\boxed{\quad ア \quad}$

なるほど。（☆）の意味がよく分かったわ。

太郎君　：その通りです。では次のような問題を考えてみよう。今，自然数Ａ，Ｂがある。Ａは５でわると商が m であまりが１，Ｂは５でわると商が n であまりが４になるとき，Ａ＋Ｂが５の倍数になることを説明してみよう。

花子さん：難しそうだけど，やってみるわ。（☆）の式を使えばいいから・・・

(1) $\boxed{\quad ア \quad}$ にあてはまる式を答えなさい。

(2)　花子さんの説明の続きを，完成させなさい。

中学校数学科
２年生
１　式の計算
[解答]

中学校

年　組　号氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号氏名

■全国学力･学習状況調査①　B問題

1

(1)　エ　連続する３つの自然数の和は中央の数の３倍である。

(2)　【説明】

連続する５つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると，
連続する５つの自然数は，n，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$ と表される。
連続する５つの自然数の和は，

$n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)$
$=n+n+1+n+2+n+3+n+4$
$=n+n+n+n+n+1+2+3+4$
$=5n+10$
$=5(n+2)$
$n+2$ は自然数だから，$5(n+2)$ は５の倍数である。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号氏名

■全国学力･学習状況調査②　B問題

2

(1)　Ｒチームは２勝０敗２引き分けだから

Ｒチーム：$2\times3+2\times1=8$

(2)　勝った試合を３点，負けた試合を０点，引き分けた試合を１点とすると

Ｐチームは，$3\times2=6$
Ｑチームは，$3\times3=9$
Ｒチームは，$3\times2+1\times2=8$
Ｓチームは，$1\times1=2$
Ｔチームは，$3\times1+1\times1=4$　　答え　イ　Ｑチーム

(3)　勝った試合を２点，引き分けた試合を１点とすると
式は$2a+b$となる。

【説明】
合計得点を求める式を$2a+b$とするとき，

Ｐチームは，$2\times2=4$
Ｑチームは，$3\times2=6$
Ｒチームは，$2\times2+2\times1=6$
Ｓチームは，$1\times1=1$
Ｔチームは，$1\times2+1\times1=3$

したがって，合計得点を求める式を$2a+b$とすると
Ｑチームと Ｒチームが同点で１位になる。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号氏名

■全国学力･学習状況調査③　B問題

3

(1)　８２＋２８＝１１０

(2)

【説明】

２けたの自然数の十の位の数を x，一の位の数を y とすると，
２けたの自然数$10x+y$は，
十の位の数と一の位の数を入れかえた数$10y+x$は，
と表される。したがって，それらの和は，

$$\begin{aligned}(10x+y)+(10y+x) &= 10x+y+10y+x \\ &= 11x+11y \\ &= 11(x+y)\end{aligned}$$

よって，11×自然数 になるので，11の倍数になる。

(3)　２けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は，
９の倍数になる。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号氏名

■全国学力･学習状況調査④　B問題

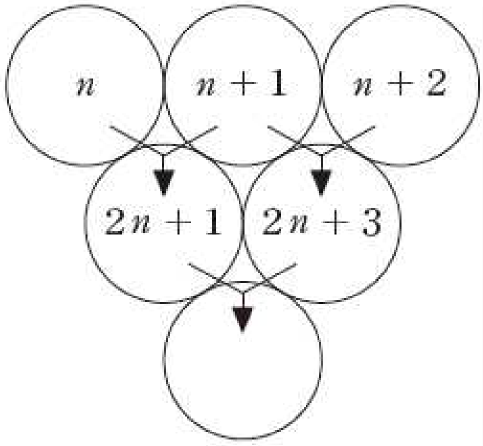
4

(1)　$21+22=43$, $22+23=45$
　よって，$43+45=88$

(2)

【説明】

連続する３つの自然数のうち，
最も小さい数を n とすると，
３つの自然数は，n，$n+1$，$n+2$
と表される。
このとき２段目の数は，それぞれ
　$n+(n+1)=2n+1$
　$(n+1)+(n+2)=2n+3$
であるから，３段目の数は，



$$
\begin{aligned}
(2n+1)+(2n+3) &= 2n+1+2n+3 \\
&= 4n+4 \\
&= 4(n+1)
\end{aligned}
$$

よって，４×自然数なので，４の倍数になる。

(3)　$2n$ が偶数を表すので，$2n+1$ と $2n+3$ はともに奇数を表す。かつ，これらは連続する奇数になっているので，答えはイである。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号氏名

■練習問題①

1

(1)　エ　３つの自然数の和は中央の数の３倍である。

(2)　【説明】

５つの自然数のうち，最も小さい数をｎとすると，
５つの自然数は，n，$n+7$，$n+14$，$n+21$，$n+28$
と表される。
５つの自然数の和は，

$$n+(n+7)+(n+14)+(n+21)+(n+28)$$
$$=n+n+7+n+14+n+21+n+28$$

$$=n+n+n+n+n+7+14+21+28$$
$$=5n+70$$
$$=5(n+14)$$

$n+14$は自然数だから，$5(n+14)$は５の倍数である。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号氏名

■練習問題②

2

(1)　円周の求め方は，直径×πだから

円Ｐについては，円周の半分だから　$2a \times \pi \times \frac{180}{360} = 2a \times \pi \times \frac{1}{2}$

$= \pi a$

円Ｑについては，円周の半分だから　$2b \times \pi \times \frac{180}{360} = 2b \times \pi \times \frac{1}{2}$

$= \pi b$

よって，けいたさんが行く道のりは,あわせて　$\pi a + \pi b$　(m)

(2)　【説明】

けいたさんの行く道のりは，$\pi a + \pi b$　(m)

かりんさんの行く道のりは，円Ｏの円周の半分だから

$$(2a + 2b) \times \pi \times \frac{180}{360} = (2a + 2b) \times \pi \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\pi(2a + 2b)$$

$$= \pi a + \pi b \quad \text{(m)}$$

けいたさんの行く道のりとかりんさんの道のりは，$\pi a + \pi b$(m)となるのでどちらから行っても，距離は等しい。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号氏名

■練習問題③

3

３けたの数を，$100a+10b+c$ とする。また，一の位の数と十の位の数を入れかえた数は，$100c+10b+a$　となる。よって，

$$(100a+10b+c)-(100c+10b+a)=100a+10b+c-100c-10b-a$$
$$=99a-99c$$
$$=99(a-c)$$

99×整数になるので，これは99の倍数になる。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号氏名

■練習問題④

4

(1)　（☆）の式を参考にすると，　$13 = 7 \times 1 + 6$

(2)　$A = 5m + 1$，$B = 5n + 4$　となるので，

$$
\begin{aligned}
A + B &= (5m + 1) + (5n + 4) \\
&= 5m + 1 + 5n + 4 \\
&= 5m + 5n + 5 \\
&= 5(m + n + 1)
\end{aligned}
$$

よって，５×自然数となるので，５の倍数になるわ。

中学校数学科
２年生
１　式の計算
[指導に当たって(教師用)]

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題

■全国･学力状況調査　B問題

■学年	２年
■単元	２－１　数の計算
■ねらい	1　説明を振り返って考えることができる 発展的に考え，その結果を説明することができる
	2　与えられた情報を的確に処理することができる 問題解決のための構想を立てたり，その構想を振り返って改善したりすることができる 事柄が成り立つ理由を数学的な表現を用いて説明することができる
	3　事柄が成り立つ理由を，方針にもとづいて説明することができる 発展的に考え，予想した事柄を説明することができる
	4　事柄が成り立つ理由を説明することができる 説明を振り返って考えることができる

1

(1)　**ある命題が成り立つことを文字式を用いて説明する場面では，その説明を振り返って文字式から新たな性質をよみとることができるようにすることも大切である。**

その際には，式だけでなく，どの数を文字でどのように表したかを確認した上で，文字式の意味をよみとることができるようにする。本問題では，「最も小さい数を n とする」ことを確認することで，$3(n+1)$が「真ん中の数 $n+1$の３倍である」ことを的確によみとらせることが考えられる。

文字式に具体的な数を代入し，式の値を手がかりとして文字式の意味を帰納的に考えられるようにすることが大切である。本問題では，n に自然数を代入し，$3(n+1)$の値を調べることで，「いつも偶数や奇数になる」ことが誤りであることに気付いたり，$n+1$が連続する３つの自然数の中央の数であることを帰納的に見付けたりすることが考えられる。

(2)　**事柄が成り立つことを説明するためには，結論となる事柄を明確にし，そのことが正しいことを説明するためには何がいえればよいかを逆向きに考えるなどして，見通しをもって説明を構想し，評価・改善できるようにすることが大切である。**

例えば，「まず，5，10，15，20など具体的な数によって，５の倍数が『5×□』や『□×5』の形で表されることを明確にする。そして，５の倍数であることを説明するためには，文字式を『5×□』や『□×5』の形に変形し，□の部分が自然数であることを示せばよい。」というように見通しをもてるようにすることが考えられる。

問題の条件などを変えて発展的に考える際に，説明する結論や根拠の要素のうち，もとの説明と変わる点を，文脈に即して的確に解釈できるようにすることが大切である。本問題では，連続する「３つの自然数」を「５つの自

然数」に変えると，$3(n+1)$の3が5に，$n+1$が$n+2$に変わり，和が$5(n+2)$になることをとらえることによって，根拠として「$n+2$が自然数である」ことが必要であることに気付くことができる。

2

(1)　**日常的な事象において目的に応じて情報をよみとり，数学的に処理する活動を取り入れることが大切である。**

例えば，本問題でＲチームの合計点数を求めるように，順位の決め方にしたがって，与えられた表から必要な情報をよみとり，適切に処理する機会を設けることが考えられる。

(2)　**情報を処理する際には，確実で能率のあがるものが求められる。確実な方法であっても，時間や手間のかかるものであった場合には，より能率のあがる方法を工夫することが大切である。**

問題では，各チームの点数を比べてＱチームが１位としてもよいが，勝ち負け表で勝った試合数とそれに対応する点数(3点)に着目し，Ｐ，Ｑ，Ｒチームのいずれかに絞り込み，さらに負けた試合や引き分けた試合に着目すると，Ｑチームが１位であると判断できる。

(3)　**問題の条件に基づいて試行を繰り返し，条件に合うものを考案する活動を取り入れることが大切である。**

本問題では，問題に対して何をどのようにすればよいのかわからない生徒に対しては，まずは教師が実際に式をつくって試行してみせ，それに倣って生徒自身が式をつくり，見通しをもって試行を繰り返すことが考えられる。例えば，仮に得点を求める式を「$3a+2b$」に変えた場合，ＱチームとＲチームの得点を求め，同点にならないことを示し，その上で，どのように式を変えれば同点で１位になるかについて，生徒自身が見通しをもって試行を繰り返すようにする活動が考えられる。

問題の解決では答えを求めることとともに，なぜその答えでよいのかを明らかにしていくことが大切である。その際，与えられた情報を表や図に整理すると，解決に必要なアイデアをとらえやすくなり，理由を説明する活動を充実させることができる。

本問題では，試行を繰り返して得点の式を見いだすだけでなく，勝敗表をつくると，Ｑ，Ｒチームの勝敗がＱ(○，○，○，×)，Ｒ(○，○，△，△)になることから，○と△２つが等しくなるように得点の式を決めればよいと気付くようにすることが考えられる。

3

(1)　**与えられた問題場面について具体的な数を用いるなどして，考察の対象を明確にとらえ,表現できるようにすることが大切である。**

本問題を使って授業を行う場合には，予想「２けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は，11の倍数になる。」が成り立

つかを，例えば，具体的な数42で確かめるとともに，それを「42＋24＝66」と表現する活動を取り入れることが考えられる。

(2)　**事柄が成り立つことを説明するために，結論とその根拠を，文字式や言葉を用いて記述できるようにすることが大切である。**

本問題を使って授業を行う場合には，例えば，$11(x+y)$で終わっている説明を取り上げ，結論「$11(x+y)$は１１の倍数である。」と，その根拠「$x+y$が自然数である。」が必要であることを明らかにして，よりよい説明に手直しする活動を取り入れることが考えられる。

(3)　**数や図形に関する性質を考察する場面において，成り立つ性質を予想できるようにすることが大切である。**

例えば，数の性質を下のような例を調べることを通して帰納的に見いだす場面や，和の場合をもとに差の場合の性質を類推する場面などにおいて，生徒が自由に予想し，その予想を表現する活動を取り入れることが考えられる。

41－14＝27＝9×3
53－35＝18＝9×2
82－28＝54＝9×6

数や図形に関する性質を予想し，「～は，……になる（である）。」という形で主語（説明する前提や根拠）と述語（説明される結論）を明確にして表現できるようにすることが大切である。

本問題を使って授業を行う場合には，「９の倍数になる。」や「数の差は９の倍数になる。」など，主語が明確に表現できていない予想を取り上げ，この表現では相手に予想した内容を正確に伝えられないことから，条件を明確にして主語と述語を表現することの大切さを実感できる活動を取り入れることが考えられる。

証明や説明を振り返ったり，条件を変えたりすることで，考察の対象に関する新しい性質を予想できるようにすることが大切である。

本問題を使って授業を行う場合には，問題の条件を和から差に変えたり，２けたの自然数を３けたに変えたりするなど，発展的に考えるための視点を示した上で，生徒自らがその視点を用いて新たな性質を予想する活動を取り入れることが考えられる。

今までに学んだ事柄に関連付けながら，いくつかの数に共通する規則を見いだすことができるようにすることが大切である。

例えば，41－14や53－35を計算して得られる27や18などの２けたの数が，かけ算九九表でみたときには「９の段」に表れることを見いだし，「２けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は，９の倍数になる。」と予想していく活動を取り入れることが考えられる。

4

(1)　予想した事柄を別の場合で確かめることを大切にする。

数や図形について成り立ちそうな事柄を帰納的に見いだす活動においては，予想した事柄について，別の場合でも成り立つかどうかを確かめることが大切である。そうすることで，予想の誤りに気づき予想を見直したり，より確かな予想であることを確認して説明や証明の必要性を実感したりできるようになる。指導に当たっては，本問題で示されている２つの場合から，「３段目の数の一の位の数は４になる。」や「３段目の数は１段目の中央の数の４倍になる。」という予想をした場面において，別の数を１段目に入れてもその予想が成り立つかどうかを確かめる活動を取り入れることが考えられる。例えば，１段目に１，２，３を入れた場合，３段目の数は８となって，前者の予想は成り立たないが，後者の予想は成り立つことを確かめる機会を設定することが考えられる。

(2)　文字式を活用して，事柄が成り立つ理由を説明できるようにする。

整数の性質などがいつも成り立つことを説明する際には，文字式を活用し，根拠を明らかにして，それにもとづいて結論を導くことが大切である。また，このことによって，筋道立てて説明し伝え合う活動を充実させることにもなる。指導に当たっては，根拠を明らかにし，それにもとづいて結論を導く過程を重視する必要がある。例えば，設問(2)で，計算結果$4(n+1)$をもとに，「$4(n+1)$は４の倍数である。」ということを示すために，４の倍数が$4\times$(自然数)の形で表されることから，根拠として「$n+1$が自然数だから」を示す必要があることを確認する場面を設定することが考えられる。また，この説明は「３段目の数はいつも４の倍数になる。」という予想が正しいことを示すものなので，結論を「$4(n+1)$は４の倍数である。」と表現するだけではなく，「したがって，３段目の数は４の倍数である。」まで表現できるようにすることが大切である。

(3)　説明を振り返って新たな性質を見いだすことができるようにする。

文字式を用いて説明する学習では，ある事柄を文字式を用いて説明するだけでなく，文字式による説明を振り返り，そこから新たな性質を見いだすことが大切である。そうすることで，数や図形の性質などを見いだし，発展的に考える活動に意欲的に取り組むことにつながる。指導に当たっては，例えば，設問(2)において，３段目の数として計算された$4(n+1)$に着目して，$n+1$は連続する３つの自然数の中央の数を表していることから，「３段目の数は１段目の中央の数の４倍である。」という性質を見いだす機会を設定することが考えられる。また，設問(3)のように，２段目の数の$2n+1$と$2n+3$は連続する奇数であることと，３段目の数は４の倍数であることとをあわせて，「連続する２つの奇数の和は，４の倍数である。」という性質を見いだす機会を設定することもできる。さらに，本問題において，連続する数を入れる○の段数を「3」から「4」，「5」に変えたり，「連続する自然数」を「連続する偶数」や「連続する奇数」に変えたりして，発展的に考え，新たな性質を見いだす機会を設定することもできる。