中学校数学科
２年生
５　図形の性質と証明
［問題］

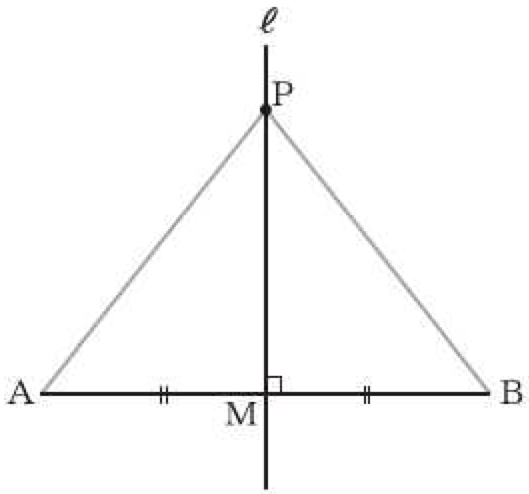
中学校

年　組　　号 氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　年　組　号 氏名

■全国学力･学習状況調査　B問題 ①

1　下の図のように，線分ABの垂直二等分線ℓをひいて，線分ABとの交点をMとします。また，直線 ℓ 上に点Pをとります。【H19】



このとき，PA＝PBとなることを，下のように証明しましたが，この証明にはまちがいがあります。

証明

△PAMと△PBMにおいて，
仮定から，

AM＝BM　……①
PA＝PB　……②
また，　PM＝PM（PMは共通）　……③
①，②，③より，
3辺がそれぞれ等しいから，
△PAM≡△PBM
したがって，PA＝PB

次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1)　前の証明のまちがいは，下に示した$\boxed{}$の中にあります。まちがっている部分を，解答用紙$\boxed{}$の中に下線（＿＿＿＿）をひいて示しなさい。

△PAMと△PBMにおいて，

仮定から，

AM＝BM　……①

PA＝PB　……②

また，　PM＝PM（PMは共通）……③

①，②，③より，

３辺がそれぞれ等しいから，

△PAM≡△PBM

したがって，　PA＝PB

(2)　上の証明の$\boxed{}$の中を正しく書き直しなさい。

△PAMと△PBMにおいて，

したがって，　PA＝PB

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　年　組　号 氏名

■全国学力･学習状況調査　B問題 ②

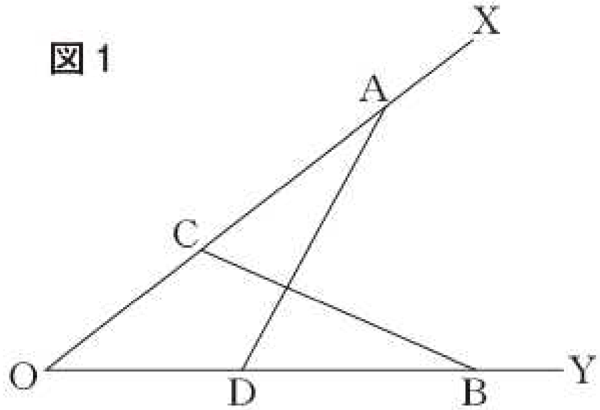
２　拓也さんは，次の問題を考えています。【H20】

問題

下の図１のように，∠XOYの辺OXと辺OY上に，OA＝OBとなるように点Aと点Bを，OC＝ODとなるように点Cと点Dを，それぞれとります。

点Aと点D，点Bと点Cをそれぞれ結ぶとき，AD＝BCとなることを証明しなさい。

図１

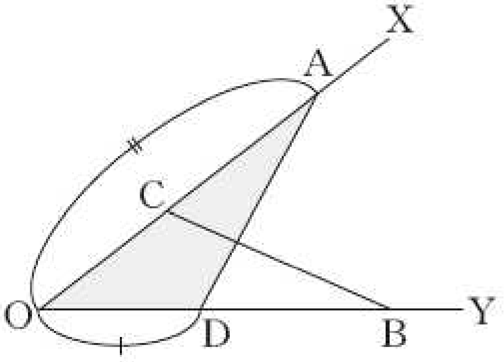


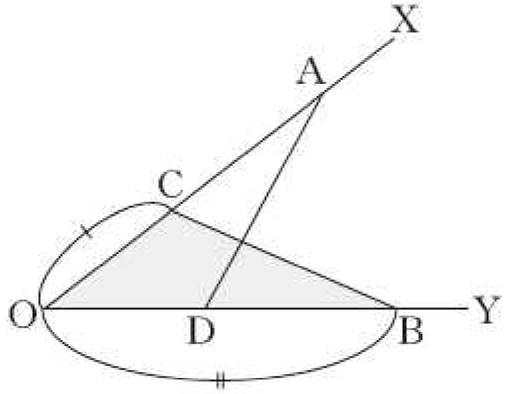
拓也さんは，証明の方針を下のようなメモにまとめました。

拓也さんのメモ

◇① AD＝BC を証明するためには，△AOD と△BOC の合同を示せばよい。

◇② 図１の△AOD と△BOC を見やすくするために，２つの図に分けて，仮定を表すと，下のようになる。





◇③ ◇②をもとにすると，△AOD と△BOC の合同が示せそうだ。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)　拓也さんのメモの ◇① にあるように，AD＝BCを証明するために，△AODと△BOCの合同を示せばよいのは，合同な図形のどのような性質からですか。下のアからエの中から１つ選びなさい。

ア　合同な図形の対応する辺の長さは等しい。

イ　合同な図形の対応する角の大きさは等しい。

ウ　合同な図形の周の長さは等しい。

エ　合同な図形の面積は等しい。

(2)　前ページの問題で，ＡＤ＝ＢＣとなることを証明しなさい。

(3)　拓也さんは，ＡＤ＝ＢＣを，△ＡＯＤ≡△ＢＯＣをもとにして証明しました。
△ＡＯＤ≡△ＢＯＣをもとにすると，前ページの問題の図形について，ＡＤ＝ＢＣ以外に新しいことが分かります。それを下のアからエの中から１つ選びなさい。

ア　ＯＣ＝ＯＤ

イ　ＯＣ＝ＢＤ

ウ　∠ＯＡＤ＝∠ＯＢＣ

エ　∠ＯＡＤ＝∠ＢＯＣ

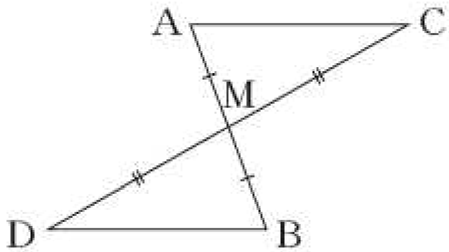
■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　年　組　号 氏名

■全国学力･学習状況調査　B問題 ③

３　大貴さんは，次の問題を考えています。【H21】

問題

右の図のように，線分ABと線分CDがそれぞれの中点Mで交わっています。
このとき，AC // DBとなることを証明しなさい。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)　大貴さんは，次のような**証明の方針１**を考えました。この**証明の方針１**にもとづいて，ＡＣ//ＤＢとなることの証明を完成しなさい。

証明の方針１

① AC // DB を証明するためには，∠MAC ＝∠MBD(錯角が等しい)を示せばよい。

② ∠MAC ＝∠MBD を示すためには，△AMC ≡ △BMD を示せばよい。

③ 仮定の AM ＝ BM，CM ＝ DM を使うと，△AMC ≡ △BMD が示せそうだ。

証明

△AMCと△BMDにおいて，

合同な三角形の対応する角は等しいから，

$$\angle MAC = \angle MBD$$

したがって，錯角が等しいから，

$$AC \parallel DB$$

(2)　大貴さんは，△AMC≡△BMDをもとにしてAC//DBを証明しました。
△AMC≡△BMDをもとにすると，前ページの問題の図形について，
∠MAC＝∠MBDや問題の仮定以外にも分かることがあります。それを下のアからエの中から１つ選びなさい。

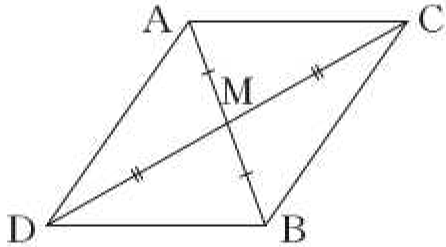
ア　∠MCA＝∠MDB

イ　∠MAC＝∠MDB

ウ　AM＝BM

エ　AM＝DM

(3)　右の図のように，線分AD，線分CBをひいて四角形ADBCをつくると，　次の**証明の方針２**を考えることもできます。



証明の方針２

◇① AC // DB を証明するためには，四角形ADBC が
（　　①　　）であることを示せばよい。

◇② このことは，仮定のAM = BM，CM = DMを使うと，
$\boxed{\quad ② \quad}$ ことから示せる。

証明の方針２の（　①　）に当てはまる言葉を書きなさい。また，$\boxed{\quad ② \quad}$ に当てはまることがらを，下のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　対角線が垂直に交わる

イ　対角線の長さが等しい

ウ　対角線が平行である

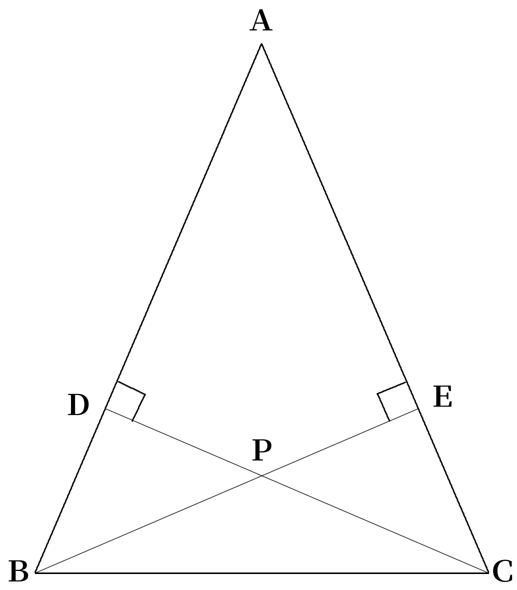
エ　対角線がそれぞれの中点で交わる

オ　対角線が垂直に交わり，その長さが等しい

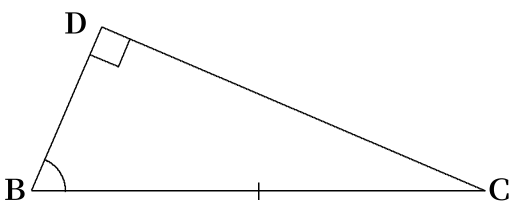
■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　年　組　号 氏名

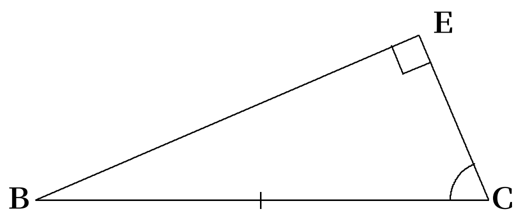
■練習問題　①

1　ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形ＡＢＣで，ＣからＡＢに垂線をひきＡＢとの交点をＤ，同様にＢからＡＣに垂線をひきＡＣとの交点をＥとします。また，ＣＤとＢＥの交点をＰとします。このとき，ＣＤ＝ＢＥであることを証明します。あとの問いに答えなさい。



(1)　△ＤＢＣと△ＥＣＢに着目して証明することにしました。





まず，辺や角が等しいものを書き出してみました。

辺について・・・・・・・ＢＣは共通
角について・・・・・・・∠ＣＤＢ＝∠ＢＥＣ＝９０°
・二等辺三角形の底角は等しいから，∠ＤＢＣ＝∠ＥＣＢ

このことを参考に，証明を完成させなさい。

(2)　(1)とは別の三角形に着目して，証明することにしました。△ＡＣＤと△ＡＢＥに着目して，ＣＤ＝ＢＥであることを証明しなさい。

(3)　この問題で，ＣＤ＝ＢＥは常にいえることが分かりました。このこと以外で，他のすべての二等辺三角形ＡＢＣでもいえることを, 次のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　ＰはＣＤ, ＢＥのそれぞれの中点である。

イ　ＣＤとＢＥはそれぞれ∠Ｂと∠Ｃの二等分線である。

ウ　△ＡＣＤと△ＡＢＥは直角二等辺三角形である。

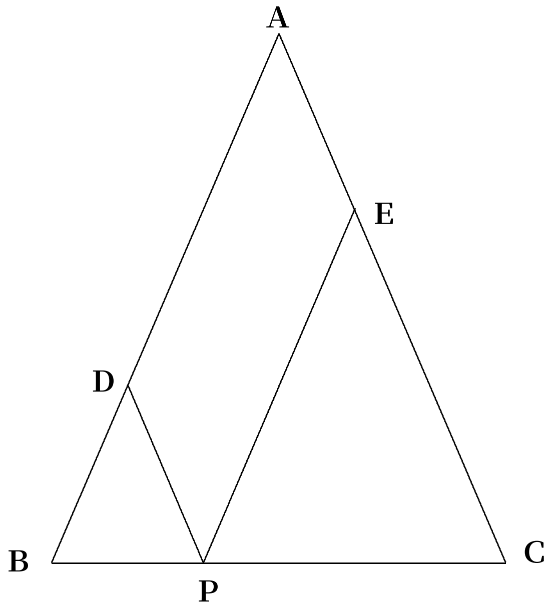
エ　△ＤＢＰと△ＥＣＰは二等辺三角形である。

オ　△ＰＢＣは二等辺三角形である。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　年　組　　号 氏名

■練習問題②

2　ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形ＡＢＣで，辺ＢＣ上に点Ｐをとり（頂点Ｂ，Ｃとは異なるものとします），Ｐを通ってＡＣに平行な線をひいてＡＢと交わる点をＤ，Ｐを通ってＡＢに平行な線をひいてＡＣと交わる点をＥとします。あとの問いに答えなさい。



(1)　太郎さんは，△ＤＢＰが二等辺三角形になることを証明しました。証明を完成させなさい。

△ＤＢＰで，ＤＰ//ＡＣより，
同位角が等しいので，
∠ＤＰＢ＝∠Ｃ　……①

(2)　花子さんは，四角形ＡＤＰＥが平行四辺形になることを証明しました。証明を完成させなさい。

四角形ＡＤＰＥで，仮定より，

ＤＰ//ＡＥ　……①

(3)　太郎さんと花子さんは，お互いの証明を見て，あることに気付きました。２人の証明から分かることで，正しいものを次のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　点Ｐのとり方によらず，四角形ＡＤＰＥはひし形になる。

イ　点ＰがＢＣの中点のときは，２つの三角形，△ＤＢＰと△ＥＰＣは正三角形になる。

ウ　いつも四角形ＡＤＰＥの面積は，△ＤＢＰと△ＥＰＣの面積の和になる。

エ　いつも四角形ＡＤＰＥの周の長さは，ＡＢの長さの２倍になる。

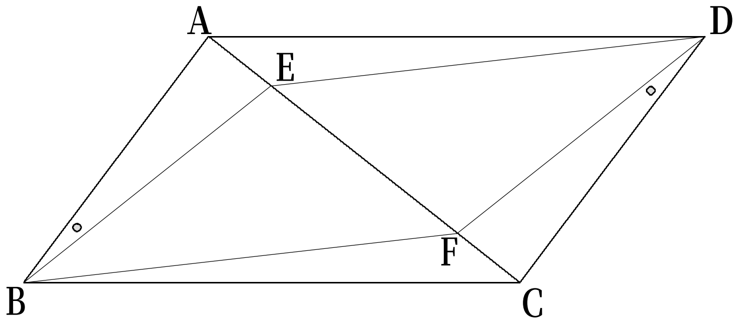
オ　いつも四角形ＡＤＰＥの周の長さと，△ＡＢＣ の周囲の長さは等しくなる。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　年　組　号 氏名

■練習問題③

３　けいたさんとかりんさん，たくみさんは，次の問題を考えています。

下の図のような平行四辺形ＡＢＣＤで，∠ＡＢＥ＝∠ＣＤＦならば
四角形ＥＢＦＤは平行四辺形であることを証明しなさい。



下の(1)から(3)の各問いに答えなさい。

まず，△ＡＢＥと△ＣＤＦが合同であることを証明しよう。

それができたら，ＢＥ＝ＤＦが成り立つことが分かるわ。

(1)　△ＡＢＥと△ＣＤＦが合同であることを証明しなさい。

次に，△AEDと△CFBが合同であることを証明しよう。

それもできたら，ED＝FBが成り立つことが分かるね。

△AEDと△CFBが合同であることを証明するのに，
下のア，イが分からないなよ。

大丈夫よ，△ABE≡△CDFから，新しく分かることがあるわ。

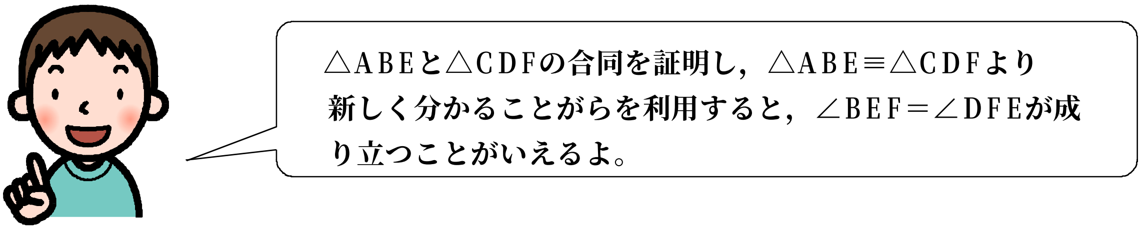
(2)　けいたさんは，△AEDと△CFBが合同であることを，次のように証明しました。

【証明】

	△AEDと△CFBで	
▱ABCDより，	DA ＝BC	……①
AD//BCより，	∠DAE ＝∠BCF	……②
△ABE≡△CDFより，	ア	……③
①，②，③より	イ	
	△AED≡△CFB	
したがって	ED＝FB	

上のア，イにあてはまる記号や言葉を書きなさい。

(3)　たくみさんは，上の問題を次のように考えました。



たくみさんの考え方より，四角形ＥＢＦＤは平行四辺形になることが分かります。下の平行四辺形になる条件のどの条件を利用していますか，アからオの中から，記号で選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺が，それぞれ平行であるとき

イ　２組の向かい合う辺が，それぞれ等しいとき

ウ　２組の向かい合う角が，それぞれ等しいとき

エ　対角線がそれぞれの中点で交わるとき

オ　１組の向かい合う辺が等しくて平行であるとき

中学校数学科
２年生
５　図形の性質と証明
［解答］

中学校

年　組　　号 氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号 氏名

■全国学力･学習状況調査　B問題 ①

1

(1)　②のPA＝PBは条件ではないので，証明の中で使うことはできない。

△PAMと△PBMにおいて，

仮定から，

AM＝BM　……①

PA＝PB　……②

また，　PM＝PM（PMは共通）　……③

①，②，③より，

３辺がそれぞれ等しいから，

△PAM＝△PBM

したがって，　PA＝PB

(2)　正しい証明は次のとおり。

△ＰAMと△ＰBMにおいて，

仮定から，

AM＝BM　……①

線分ＡＢの垂直二等分線がℓだから，

∠PMA＝∠PMB＝90°　……②

また，　PM＝PM（PMは共通）　……③

①，②，③より，

２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△PAM≡△PBM

したがって，　PA＝PB

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号 氏名

■全国学力･学習状況調査　B問題 ②

2

(1)　ＡＤ，ＢＣは三角形の１辺の長さであるから，アが導き出される。

答え　　ア

(2)　△ＡＯＤと△ＢＯＣで，

仮定から　　　　ＡＯ＝ＢＯ　　……①

ＯＤ＝ＯＣ　　……②

共通な角だから，

∠ＡＯＤ＝∠ＢＯＣ　……③

①，②，③より，

２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ＡＯＤ≡△ＢＯＣ

合同な図形において，対応する辺の長さは等しいから，

ＡＤ＝ＢＣ

(3)　辺についてはすべて分かっている。対応する角の大きさが等しいことを式に表しているのはウである。

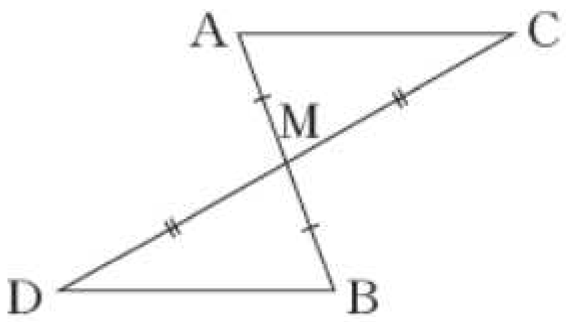
答え　　ウ

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号 氏名

■全国学力･学習状況調査　B問題 ③

3

(1)



【証明】

△AMCと△BMDにおいて，

仮定より　AM＝BM　……①

CM＝DM　……②

対頂角は等しいので，

∠AMC＝∠BMD　……③

①，②，③より，

２辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△AMC≡△BMD

合同な三角形の対応する角の大きさは等しいから，

∠MAC＝∠MBD

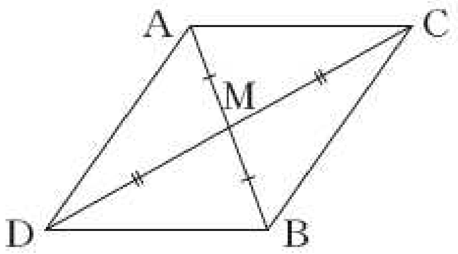
したがって，錯角が等しいから，

AC//DB

(2)　(1)の仮定や結論以外で分かることは，選択肢の中からは，∠MCA＝∠MDBだけである。

答え　ア

(3)



四角形ＡＤＢＣが平行四辺形ならばＡＣ//ＤＢがいえる。
ＡＭ＝ＢＭ，ＣＭ＝ＤＭが分かっているので，四角形ＡＤＢＣにおいて，対角線がそれぞれの中点で交わっている。
よって，四角形ＡＤＢＣは平行四辺形である。

答え　①……平行四辺形
　　　②……エ

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号 氏名

■練習問題①

1

(1)　△ＤＢＣと△ＥＣＢに着目して証明する。

【証明】

△ＤＢＣと△ＥＣＢで，

∠ＣＤＢ＝∠ＢＥＣ　……①

△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形だから，底角は等しいので，

∠ＤＢＣ＝∠ＥＣＢ　……②

共通な辺だから，

ＢＣ＝ＣＢ　……③

①，②，③より，

直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので，

△ＤＢＣ≡△ＥＣＢ

よって，

ＣＤ＝ＢＥ

(2)　△ＡＣＤと△ＡＢＥに着目して証明する。

【証明】

△ＡＣＤと△ＡＢＥで，

∠ＣＤＡ＝∠ＢＥＡ＝９０°　……①

△ＡＢＣは二等辺三角形だから，

ＡＣ＝ＡＢ　……②

共通な角だから，

∠Ａ＝∠Ａ　……③

①，②，③より，

直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので，

△ＡＣＤ≡△ＡＢＥ

よって，

ＣＤ＝ＢＥ

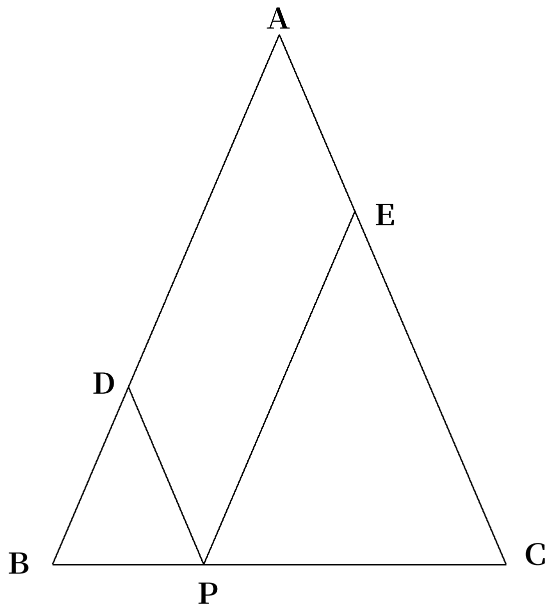
(3)　(1)，(2)の証明から，∠ＢＣＤ＝∠ＣＢＥがいえるので，△ＰＢＣは二等辺三角形である。

答え　　オ

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号 氏名

■練習問題②

2



(1)　証明は次の通り。

△ＤＢＰで，ＤＰ//ＡＣより同位角が等しいので，

∠ＤＰＢ＝∠Ｃ　……①

△ＡＢＣは二等辺三角形より，底角は等しいので，

∠Ｃ＝∠Ｂ　……②

①，②より

∠ＤＰＢ＝∠Ｂ

よって，△ＤＢＰは二等辺三角形になる。

(2)　証明は次の通り。

四角形ＡＤＰＥで，仮定より，
　　ＤＰ//ＡＥ　……①

また，
　　ＥＰ//ＡＤ　……②
①，②より，２組の向かい合う辺がそれぞれ平行だから，
四角形ＡＤＰＥは平行四辺形である。

(3)　２つの三角形，△ＤＢＰと△ＥＰＣは二等辺三角形で，四角形ＡＤＰＥは平行四辺形より，次のことがいえる。

▱ＡＤＰＥの周の長さ＝２×（ＡＤ＋ＤＰ）
　　　　　　　　　＝２×（ＡＤ＋ＤＢ）
　　　　　　　　　＝２×　ＡＢ

答え　　エ

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題[解答]　年　組　号 氏名

■練習問題③

3

(1)　証明は次のとおり。

△ＡＢＥと△ＣＤＦで
仮定より　∠ＡＢＥ＝∠ＣＤＦ　……①
▱ＡＢＣＤより，　ＡＢ＝ＣＤ　……②
ＡＢ//ＣＤより，　∠ＢＡＥ＝∠ＤＣＦ　……③
①，②，③より，　１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，
△ＡＢＥ≡△ＣＤＦ
よって，　ＢＥ＝ＤＦ

(2)　答えは次のとおり。

答え　ア……　ＡＥ＝ＣＦ，イ……２辺とその間の角がそれぞれ等しいので

(3)　証明は次のとおり。

△ＡＢＥ≡△ＣＤＦより，　ＢＥ＝ＤＦ　……①
∠ＢＥＡ＝∠ＤＦＣ　……②
②と４点Ａ，Ｅ，Ｆ，Ｃは一直線より，　∠ＢＥＦ＝∠ＤＦＥ　……③
③より，錯角が等しいので，　ＢＥ//ＤＦ　……④
①，④より，１組の向かい合う辺が等しくて平行なので，
四角形ＥＢＦＤは，平行四辺形である。

答え　オ

中学校数学科

２年生

５　図形の性質と証明

［指導に当たって(教師用)］

証明の学習においては，与えられた性質の証明をするだけではなく，その結果や過程を振り返り，新たな性質を見いだすことが大切である。そのためには，証明を書くことだけではなく，証明を読むことが必要である。そうすることで，数や図形の性質などを見いだし発展的に考える活動に意欲的に取り組むことにつながる。

指導に当たっては，証明の過程で現れた事実や得られた結論に着目し，新たな性質を見付けることができないかを考える機会を設けることが大切である。

例えば，次のように，三角形の合同を用いる証明をした後に，その過程を振り返り，図形についての新たな性質を見いだす場を設定することが考えられる。