中学校数学科

２年生

４　図形の調べ方

［問題］

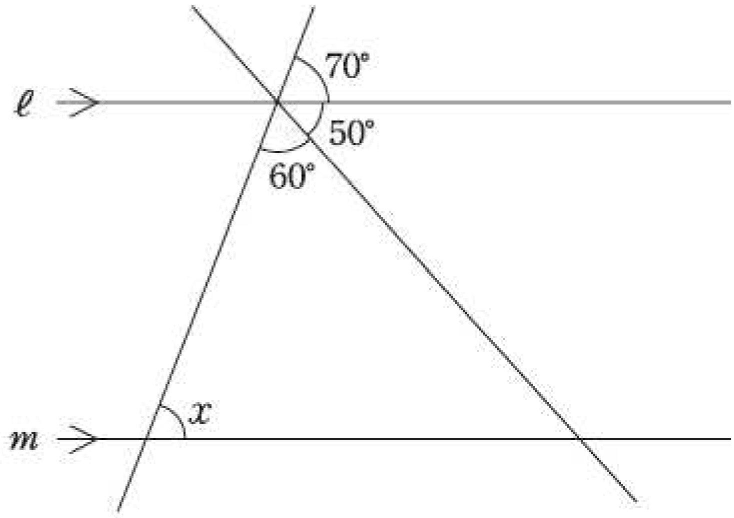
中学校

年　組　　号 氏名

■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　①

1　下の図で，直線ℓ，m は平行です。このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。【H19】



2　下の図で，直線ℓ，直線 m は平行です。このとき，２つの角の和が180°になるものを，下のアからオの中から１つ選びなさい。【H20】

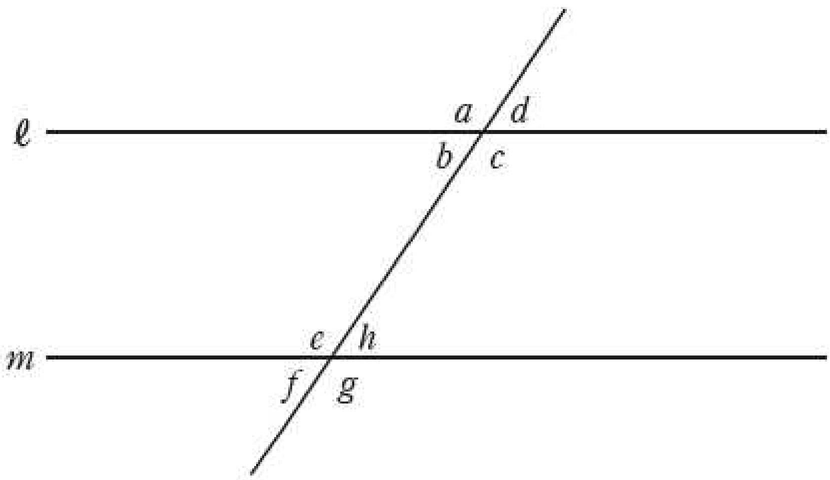
ア　$\angle e$ と $\angle g$

イ　$\angle c$ と $\angle h$

ウ　$\angle a$ と $\angle e$

エ　$\angle a$ と $\angle g$

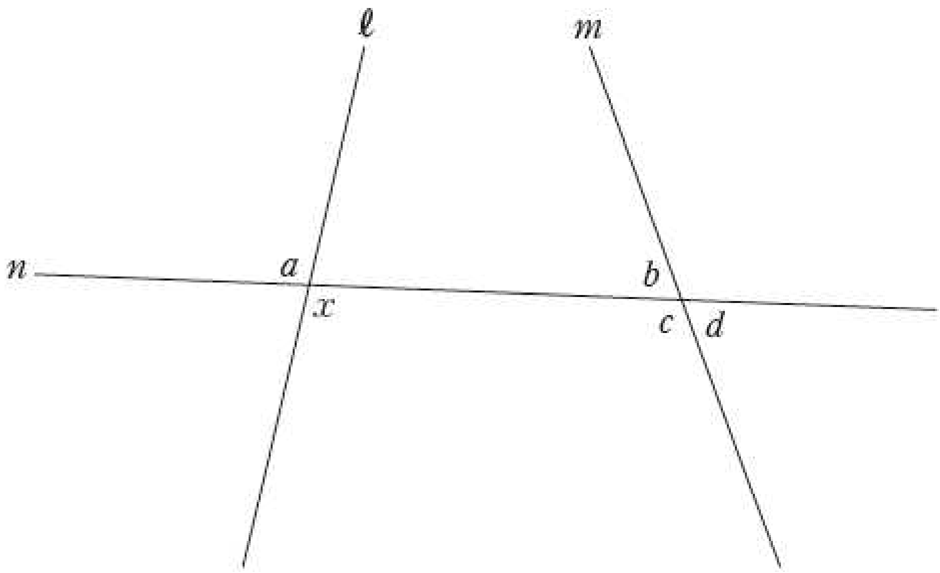
オ　$\angle d$ と $\angle f$



■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　②

３　次の図のように，２つの直線ℓ，m に１つの直線n が交わっています。このとき，∠x の同位角について，下のアからオまでの中から正しいものを１つ選びなさい。【H21】



ア　∠x の同位角は∠a である。

イ　∠x の同位角は∠b である。

ウ　∠x の同位角は∠c である。

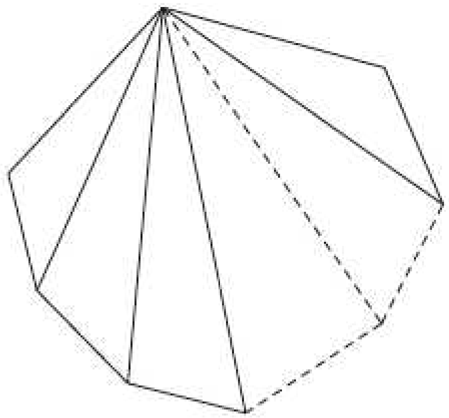
エ　∠x の同位角は∠d である。

オ　∠x の同位角は∠a から∠d までの中にはない。

■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　③

4　下の図のように，n 角形は１つの頂点からひいた対角線によって，いくつかの三角形に分けられます。【H20】



このことから，n 角形の内角の和は $180° \times (n-2)$ で表すことができます。この式の$(n-2)$ は，n 角形において何を表していますか。下のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　頂点の数

イ　辺の数

ウ　内角の数

エ　１つの頂点からひいた対角線の数

オ　１つの頂点からひいた対角線によって分けられた三角形の数

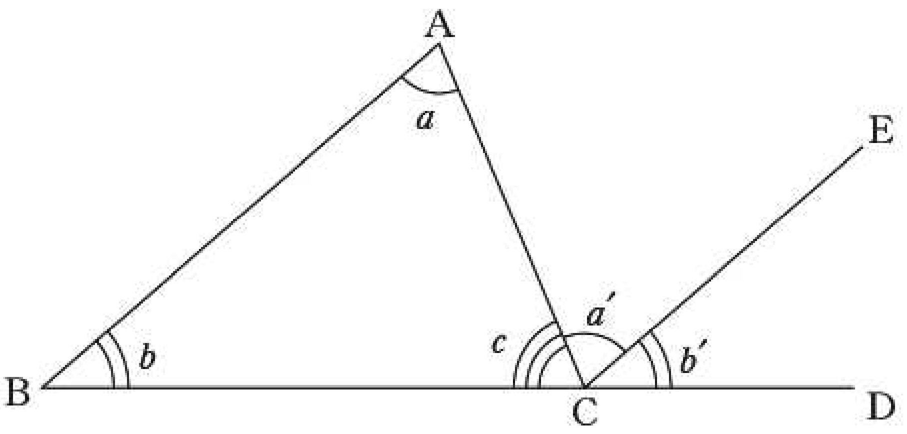
■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　④

5　千夏さんは,「三角形の内角の和は180°である。」という性質が成り立つ理由を,　次のように考えました。【H20】

理由

下の図の△ABCで，辺BCを延長した直線上の点をDとし，点Cを通り辺BAに平行な直線CEをひく。



$\boxed{\quad ① \quad}$ から，　$\angle a = \angle a'$

$\boxed{\quad ② \quad}$ から，　$\angle b = \angle b'$

したがって，三角形の内角の和を求めると，

$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle a' + \angle b' + \angle c$$
$$= 180°$$

上の $\boxed{\quad ① \quad}$, $\boxed{\quad ② \quad}$ に当てはまることがらを，下のアからエの中からそれぞれ１つずつ選びなさい。

ア　対頂角は等しい

イ　平行線の同位角は等しい

ウ　平行線の錯角は等しい

エ　三角形の内角の和は180°である

■知識･技能の習得を図る問題　　　　　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　⑤

６　次の図１，図２は，多角形の各頂点において一方の辺を延長したものです。この２つの図で，それぞれ印を付けた角（　　）の和を比べるとき，どのようなことがいえますか。下のアからエまでの中から正しいものを１つ選びなさい。【H21】

図１

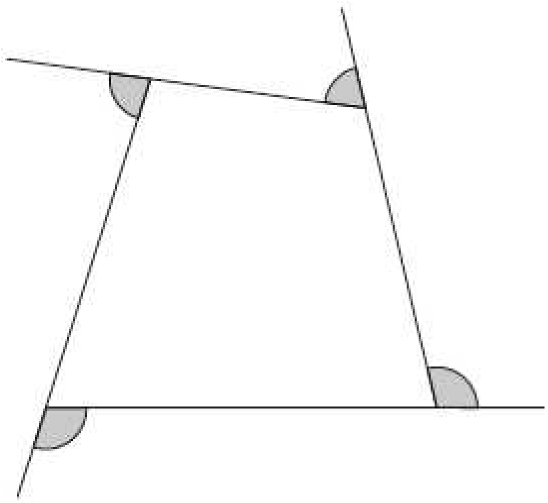
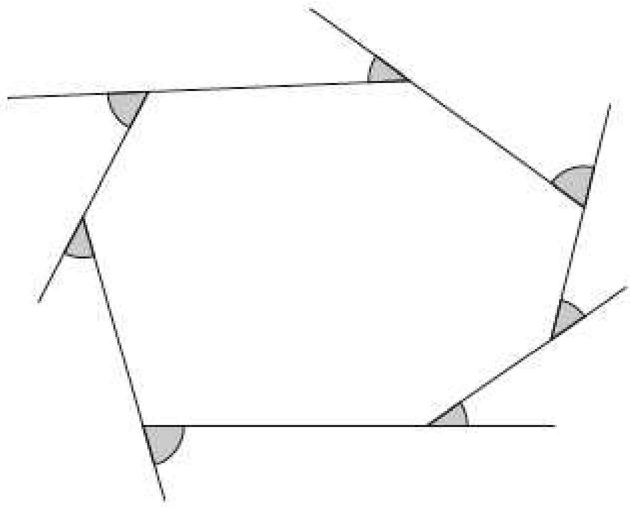


図２



ア　図１で印を付けた角の和と図２で印を付けた角の和は等しい。

イ　図１で印を付けた角の和の方が大きい。

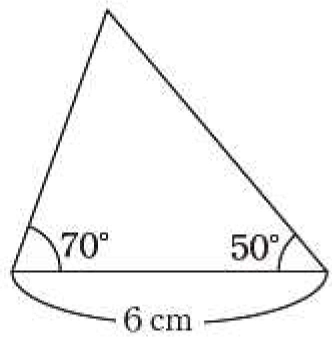
ウ　図２で印を付けた角の和の方が大きい。

エ　図１で印を付けた角の和と図２で印を付けた角の和のどちらが大きいかは，問題の条件からだけでは分からない。

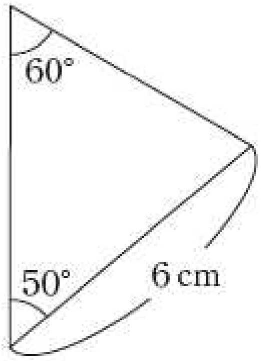
■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　⑥

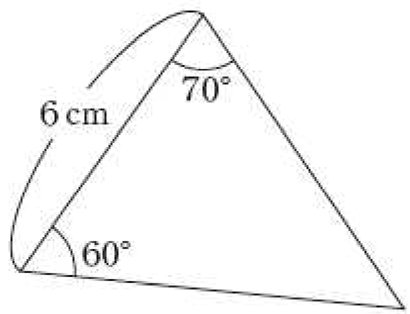
７　右の三角形と合同な三角形を，下のアからエの中から１つ選びなさい。【H20】



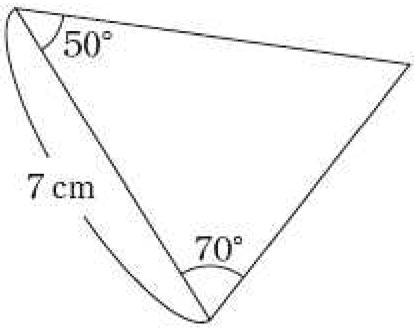
ア



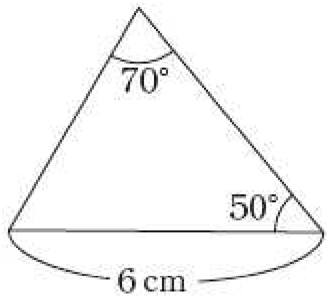
イ



ウ



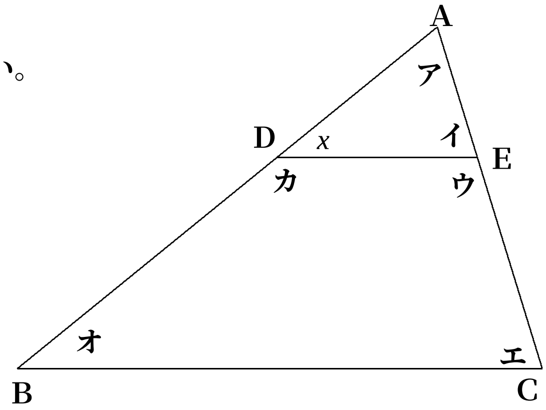
エ



■知識･技能の習得を図る問題　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題①

1　右の図を見て，次の問いに答えなさい。



(1)　∠x の同位角をアからカの中から記号で答えなさい。

(2)　イの角の大きさが40°のとき，エの角の大きさについて正しく述べたものを，次の中から選びなさい。

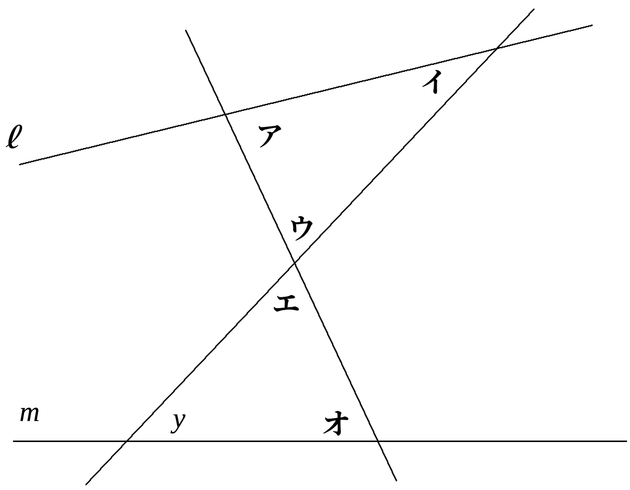
①　エの角の大きさは40°である。

②　エの角の大きさは60°である。

③　エの角の大きさとアの角の大きさは必ず同じになる。

④　エの角の大きさはこの条件だけでは40°になるかどうかはわからない。

2　右の図を見て次の問いに答えなさい。



(1)　∠y の錯角をアからオの中から記号で答えなさい。

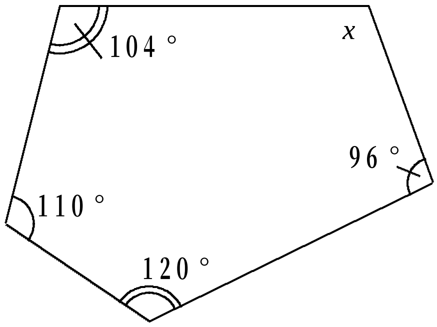
(2)　$\ell // m$ になるためには，∠アから∠オの中でどの角とどの角の大きさが等しくなればよいか答えなさい。

■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

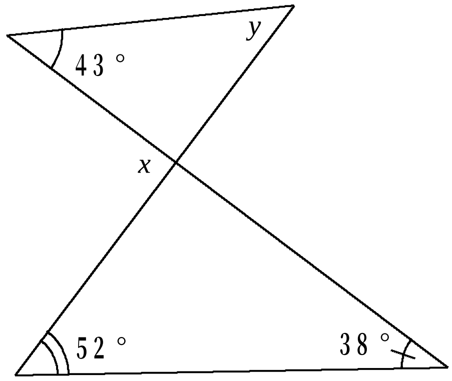
■練習問題②

3　次の角の大きさを求めなさい。

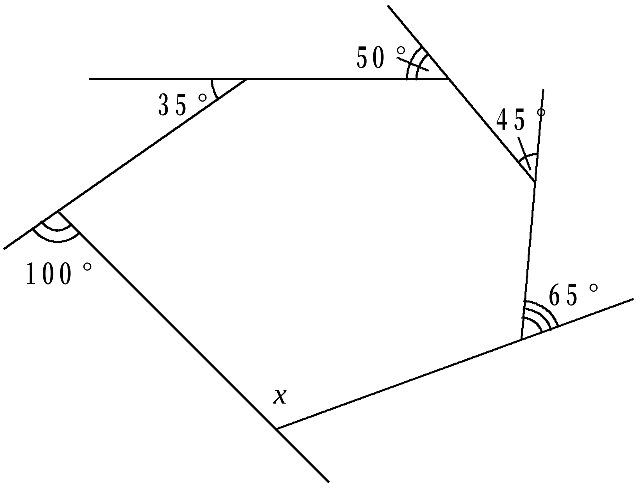
(1)　∠x の大きさを求めなさい。



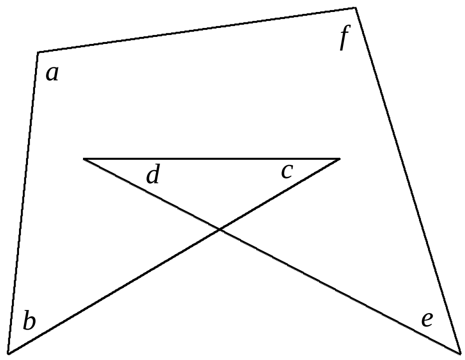
(2)　∠x，∠y の大きさを求めなさい。



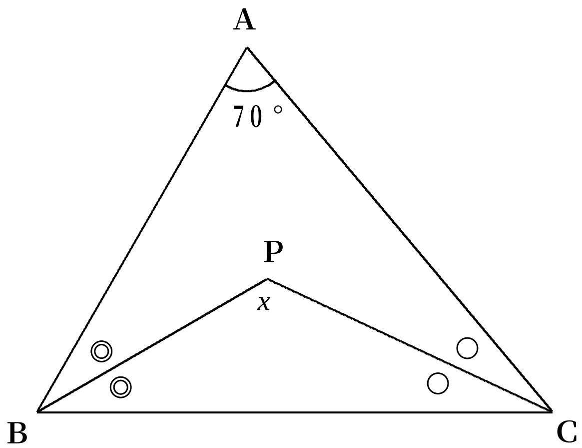
(3)　∠x の大きさを求めなさい。



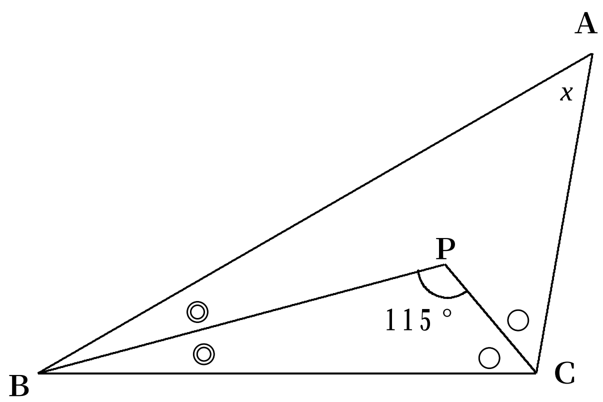
(4)　∠a＋∠b＋∠c＋∠d＋∠e＋∠f　の大きさを求めなさい。



(5)　PB，PCがそれぞれ∠B，∠Cの二等分線のとき，∠x の大きさを求めなさい。



(6)　PB，PCがそれぞれ∠B，∠Cの二等分線のとき，∠x の大きさを求めなさい。



■知識･技能の習得を図る問題　　　　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題③

４　次の問いに答えなさい。

(1)　七角形の内角の和を求めなさい。

(2)　１つの内角の大きさが150°になる正多角形は正何角形か求めなさい。

(3)　十八角形の外角の和を求めなさい。

(4)　内角の和が1440°になる多角形は何角形か求めなさい。

(5)　１つの外角の大きさが40°になる正多角形は正何角形か求めなさい。

(6)　鋭角三角形，直角三角形，鈍角三角形とはどんな三角形であるかを，それぞれ説明しなさい。

■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

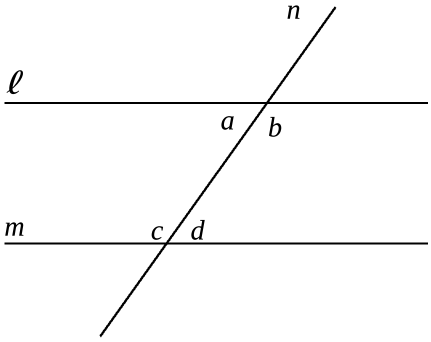
■練習問題④

5　下の図のように，直線ℓ，mと直線nが交わっている。このとき一郎さんは，

「$\ell \parallel m$ならば$\angle a+\angle c=180°$である。」

という性質が成り立つことを，次のように考えました。

理由



$\angle c$と$\angle d$は一直線上に並ぶので，

$\angle c+\angle d=180°$　　……(ア)

また，仮定より$\ell \parallel m$　なので

$\angle a=$（　①　）　……(イ)

よって，(ア)，(イ) より，

$\angle a+\angle c=180°$となる。

(1)　①にあてはまる角を答えなさい。

(2)　(イ) が成り立つ理由として正しいものを次の中から１つ選びなさい。

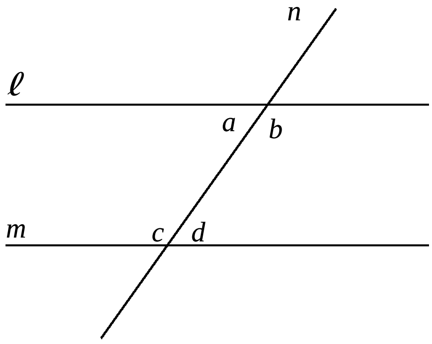
㋐　同位角が等しいから

㋑　錯角が等しいから

㋒　対頂角が等しいから

㋓　$\angle a$が鋭角で$\angle b$が鈍角だから

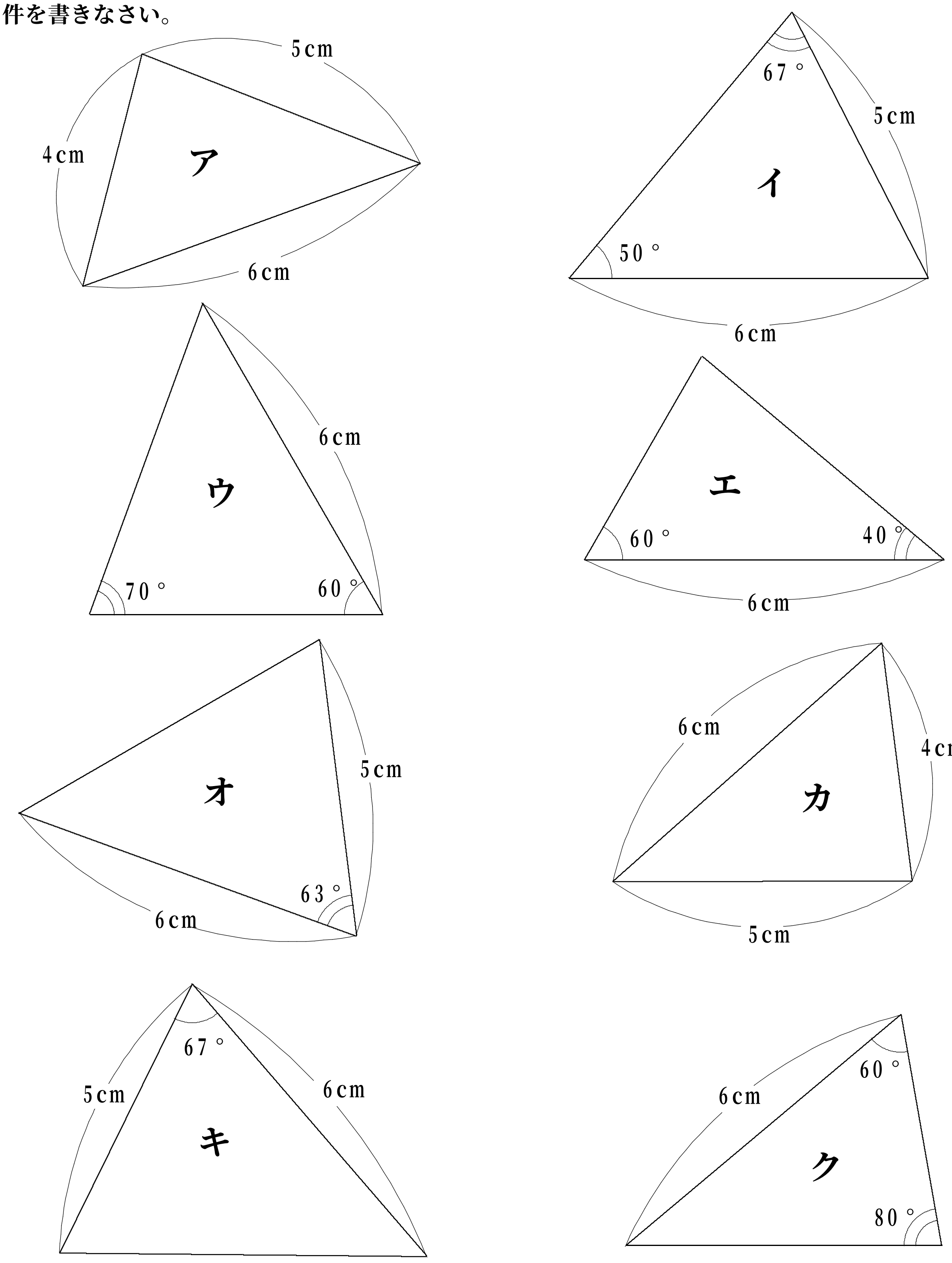
(3)　上の説明を参考にして，「$\angle a+\angle c=180°$ならば$\ell \parallel m$」となることを説明しなさい。



■知識･技能の習得を図る問題　　　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑤

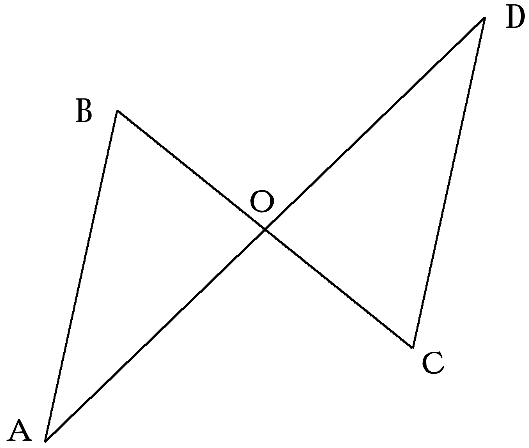
6　下の図のアからクの三角形を，合同な三角形の組を選び出しなさい。また，そのとき使った合同条件を書きなさい。



■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑥

7　下の図で，線分ＢＣと線分ＡＤの交点をＯとし，ＡＯ＝ＤＯ，ＢＯ＝ＣＯならばＡＢ＝ＤＣであることを下のようなすじ道で証明しました。①から③にあてはまる根拠となることがらを，アからカの中から１つずつ選びなさい。



【証明のすじ道】

△ＡＢＯと△ＤＣＯで，

ＡＯ＝ＤＯ
ＢＯ＝ＣＯ

∠ＡＯＢ＝∠ＤＯＣ　←（　①　）

←（　②　）

△ＡＢＯ≡△ＤＣＯ

←（　③　）

ＡＢ＝ＤＣ

ア　錯角が等しいから

イ　対頂角は等しいから

ウ　１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

エ　２辺とその間の角がそれぞれ等しいから

オ　合同な図形では対応する角の大きさは等しいから

カ　合同な図形では対応する辺の長さは等しいから

中学校数学科

２年生

４　図形の調べ方

［解答］

中学校

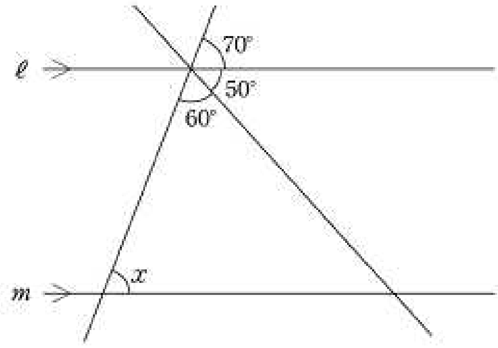
年　組　　号 氏名

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　①

1　$\ell /\!/ m$ より，同位角が等しくなるので，
図より，$\angle x$ は70°である。

答え　$\angle x = 70°$



2　$\ell /\!/ m$ より，錯角が等しくなるから，

$\angle e = \angle c$　……①

また，一直線上に角が並ぶから，

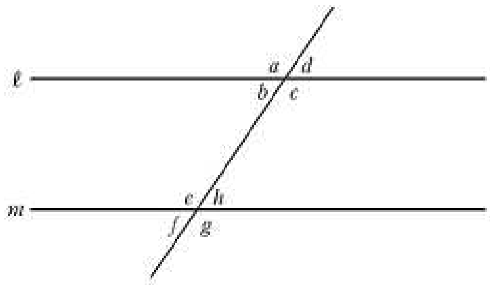
$\angle e + \angle h = 180°$　……②

よって，①，②より

$\angle c + \angle h = 180°$

となる。

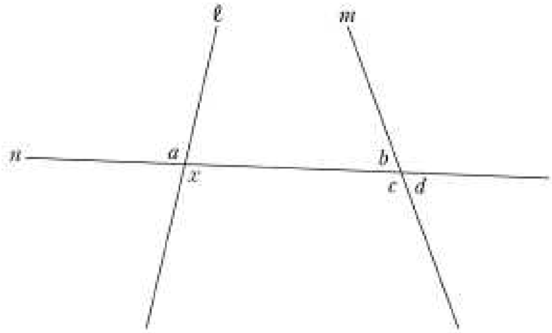
答え　イ



■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　②

3　∠xと同位角の関係にあるのは，∠d。
∠xと錯角の関係になるのは，∠b。
∠xの対頂角は∠a。



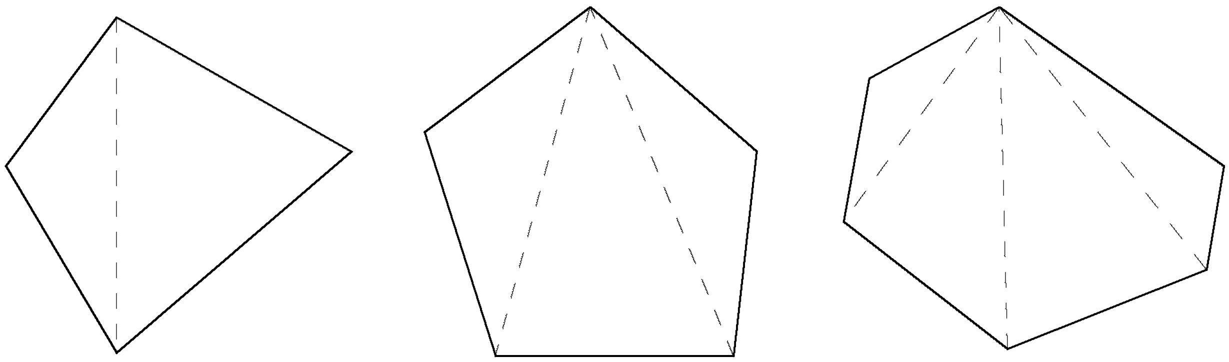
答え　　エ

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　③

4　１つの頂点からひいた対角線によって，いくつかの三角形に分けられるので，四角形，五角形，六角形のときを考えてみる。

四角形の場合　　五角形の場合　　六角形の場合



三角形の個数は２個　　三角形の個数は３個　　三角形の個数は４個

つまり，１つの頂点からひいた対角線によってできる三角形の個数は，頂点の数より２個少なくなることが分かる。

多角形	三角形	四角形	五角形	六角形	……　n 角形
三角形の個数	1	2	3	4	……　$n-2$
内角の和	180°×1	180°×2	180°×3	180°×4	……　180°×$(n-2)$

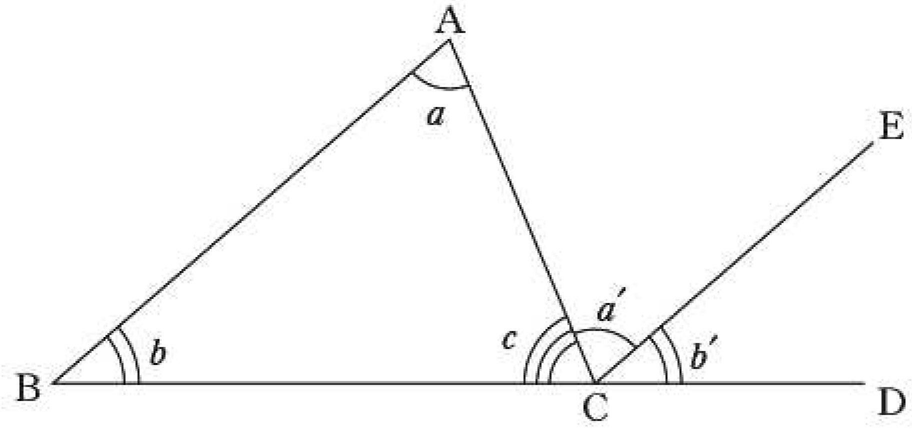
よって n 角形のときは，１つの頂点からひいた対角線によってできる三角形の個数は，頂点の数より２個少ないから，$(n-2)$個となる。

答え　　オ

■知識·技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力·学習状況調査　A問題　④

5



ＢＡ // ＣＥと図より,

錯角は等しいので,　　　$\angle a = \angle a'$

同位角は等しいので,　　$\angle b = \angle b'$

となる。

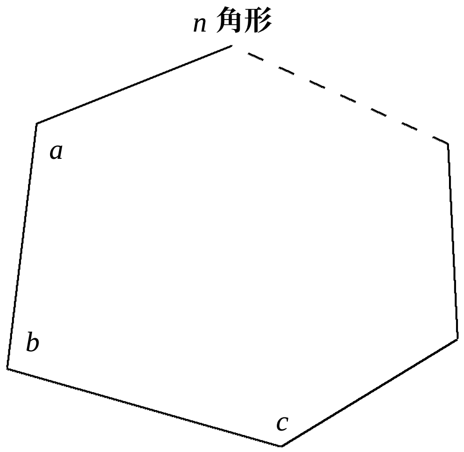
答え　①……ウ　②……イ

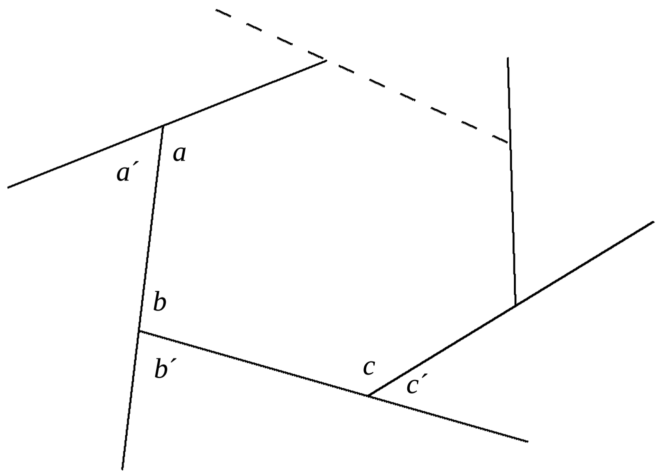
■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　⑤

6　多角形の外角の和は常に360°である。

多角形の外角の和が360°になる説明はいくつかあるが，ここではその１例をあげる。





上の図のように n 角形があり，内角を$\angle a$，$\angle b$，$\angle c$，・・・とする。また，各辺を延長して外角をとり，それぞれ内角に対して，$\angle a'$，$\angle b'$，$\angle c'$，・・・とする。

$(\angle a+\angle a')+(\angle b+\angle b')+(\angle c+\angle c')+\cdots=180°\times n$

かっこをはずして，整理すると，

$\underbrace{(\angle a+\angle b+\angle c+\cdots)}_{(n\text{ 角形の内角の和})}+\underbrace{(\angle a'+\angle b'+\angle c'+\cdots)}_{(n\text{ 角形の外角の和})}=180°\times n$

n 角形の内角の和は，$180°\times(n-2)$であるので，

$$
\begin{aligned}
180°\times(n-2)+(n\text{ 角形の外角の和})&=180°\times n\\
(n\text{ 角形の外角の和})&=180°\times n-180°\times(n-2)\\
&=180°\times n-180°\times n+180°\times 2\\
&=360°
\end{aligned}
$$

よって，図１，図２とも外角の和は360°である。

答え　　ア

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査　A問題　⑥

7　三角形の３つの合同条件にあてはめて考えていく。

①３辺がそれぞれ等しい。

②２辺とその間の角がそれぞれ等しい。

③１辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

与えられた図から，③の合同条件が使えることが分かる。

答え　　ア

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題①

1

(1)　図から∠ x の同位角は，∠オだけである。

答え　　∠オ

(2)　∠イの同位角は∠エである。一般に同位角や錯角は等しくない。
ＤＥ//ＢＣのときは，同位角や錯角は等しくなるが，この問題はその条件がないので，イとエが等しいとは分からない。

答え　　④

2

(1)　図から∠ y の錯角は∠イだけである。

答え　∠イ

(2)　$\ell // m$ になるためには，同位角かまたは錯角が等しいことを示したらよい。図より，アとオが錯角の関係にあるので，この値が等しければよい。

答え　　∠アと∠オ

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　年　　組　　号　氏名

■練習問題②

3

(1)　五角形の内角の和は,

$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$

よって, $\angle x$ は,

$\angle x = 540^\circ - (104^\circ + 110^\circ + 120^\circ + 96^\circ)$

$= 110^\circ$

答え　$\angle x = 110^\circ$

(2)　図より, 下の三角形で, 外角はとなりにない２つの内角の和に等しいから,

$\angle x = 52^\circ + 38^\circ$

$= 90^\circ$

また, 同様に上の三角形から

$\angle x = \angle y + 43^\circ$

よって,

$\angle y = \angle x - 43^\circ$

$= 90^\circ - 43^\circ$

$= 47^\circ$

答え　$\angle x = 90^\circ$, $\angle y = 47^\circ$

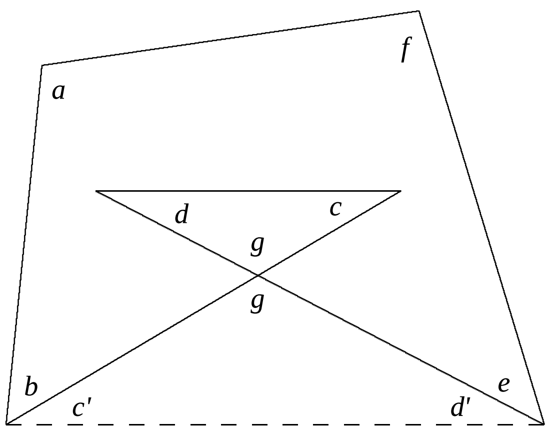
(3)　外角の和は 360° だから,

$\angle x = 180^\circ - \{360^\circ - (65^\circ + 45^\circ + 50^\circ + 35^\circ + 100^\circ)\}$

$= 115^\circ$

答え　$\angle x = 115^\circ$

(4)　図より, $\angle g$ を図のようにとると, $\angle g = 180^\circ - \angle c - \angle d$ と表せる。また, 同様に,
$\angle g = 180^\circ - \angle c' - \angle d'$ となる。よって,
$180^\circ - \angle c - \angle d = 180^\circ - \angle c' - \angle d'$ となり, $\angle c + \angle d = \angle c' + \angle d'$ となる。



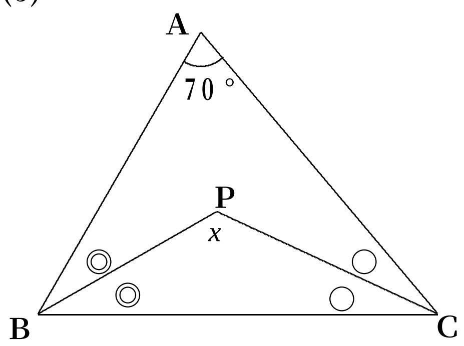
$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f$

$= \angle a + \angle b + \angle c' + \angle d' + \angle e + \angle f$

これは, 四角形の内角の和と同じだから 360° になる。

答え　360°

(5)



△ABCで,

2∠◎＋2∠○＋70°　＝180°

2∠◎＋2∠○　＝180°－70°

2∠◎＋2∠○　＝110°

両辺を２でわって

∠◎＋∠○　＝55°･･･①

今度は△PBCで

∠x＋∠◎＋∠○　＝180°

①より，∠◎＋∠○　＝55°だから,

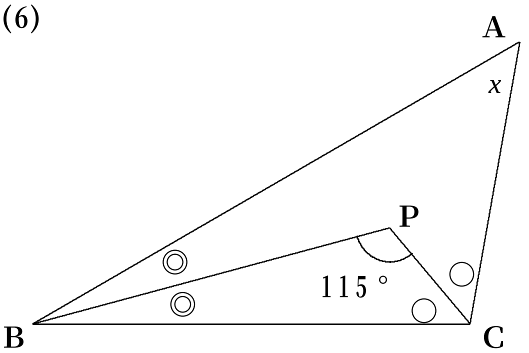
∠x＋55　＝180°

∠x　＝180°－55°

＝125°

答え　∠x　＝125°

(6)



△ＰＢＣより,

∠◎＋∠○＋115°　＝180°

∠◎＋∠○　＝180°－115°

∠◎＋∠○　＝65°･･･①

今度は△ABCで,

∠x＋2∠◎＋2∠○　＝180°

①より，∠◎＋∠○　＝65°だから,

∠x＋2×65°　＝180°

∠x　＝180°－130°

＝50°

答え　∠x　＝50°

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題③

4　n 角形の内角の和は，180°×(n －2)。n 角形の外角の和は，360°。これらのことを使って問題を解く。

(1)　180°×(7－2)
＝180°×5
＝900°

答え　900°

(2)　１つの内角が150°の正多角形は，
１つの外角が，
180°－150°＝30°
になるから，
360°÷30°＝12
外角が12個あるので，正十二角形である。

答え　正十二角形

(3)　多角形の外角の和は，360°である。

答え　360°

(4)　n 角形の内角の和が1440°とする。
180°×(n －2)＝1440°
両辺を180°でわって，
n －2 ＝8
n ＝10

答え　十角形

(5)　多角形の外角の和は360°である。正多角形の１つの外角が40°より，
360°÷40°＝9
外角が9個あるので，正九角形である。

答え　正九角形

(6)　鋭角三角形……３つの内角がすべて鋭角である三角形
直角三角形……１つの内角が直角である三角形
鈍角三角形……１つの内角が鈍角である三角形

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題④

5

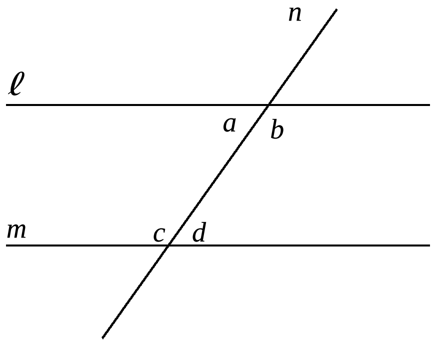
(1)　$\ell /\!/ m$ であるから，錯角は等しいので，①は$\angle d$ になる。

答え　　$\angle d$

(2)　$\ell /\!/ m$ であるから，錯角が等しくなるなる。ただし，同位角も等しくなるが，この問題では，$\angle a$ と$\angle d$ の関係について答えればよいので，錯角を選ぶことになる

答え　　㋑

(3)



$\angle a + \angle c = 180°$　　……①

一方，

$\angle a + \angle b = 180°$　　……②

だから，①，②より，

$\angle b = \angle c$

$\angle b$ と$\angle c$ は錯角の関係にある。

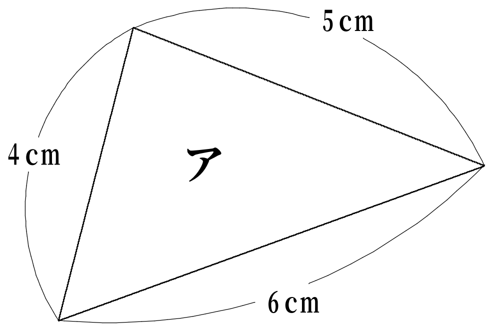
錯角が等しいので，$\ell /\!/ m$ となる。

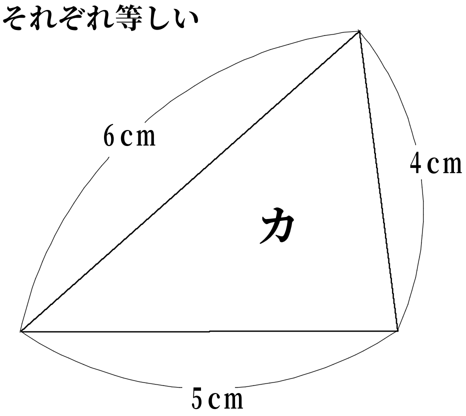
■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑤

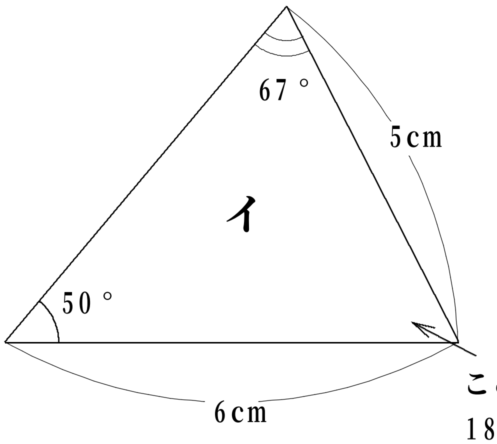
6　三角形の合同条件にあてはめて考える。答えは下のとおり。

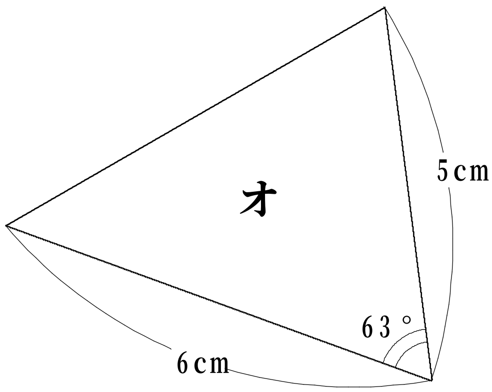
・合同な三角形：アとカ　　合同条件：３辺がそれぞれ等しい





・合同な三角形：イとオ　　合同条件：２辺とその間の角がそれぞれ等しい





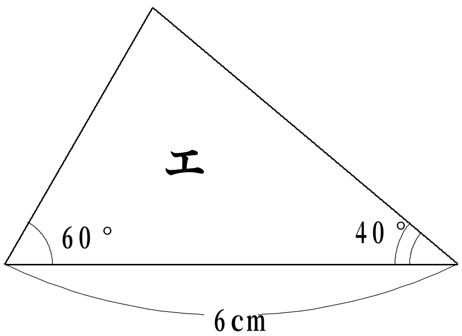
ここの角度は，

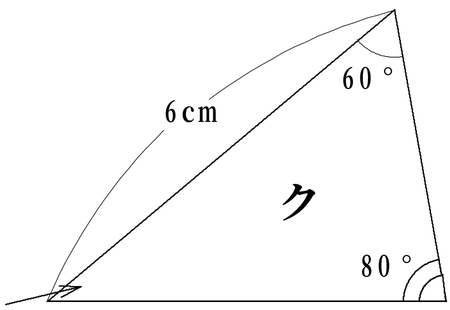
180°－(67°＋50°)

＝63°

よって，イとオは２辺とその間の角がそれぞれ等しいので，合同である。

・合同な三角形：エとク　　合同条件：１辺とその両端の角がそれぞれ等しい。





ここの角度は，

180°－(60°＋80°)

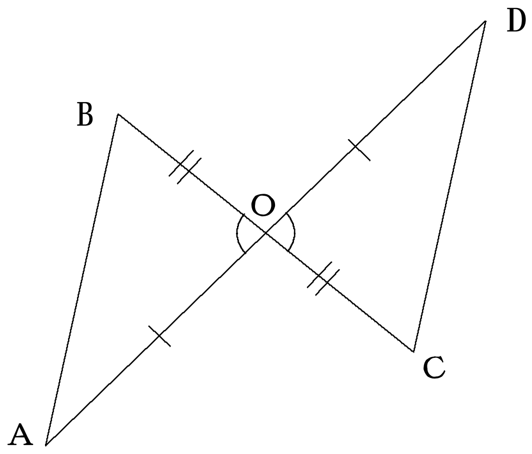
＝40°

よって，エとクは１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，合同である。

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑥

7



上の図のように，等しいところに印をつけて考えると分かりやすい。証明は，次のようになる。

【証明】

△ABOと△DCOで，

AO＝DO　……(1)

BO＝CO　……(2)

対頂角は等しいから，

∠AOB＝∠DOC ……(3)

(1)，(2)，(3)より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ABO≡△DCO

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

AB＝DC

答え　①　……イ

②　……エ

③　……カ

中学校数学科

２年生

４　図形の調べ方

［指導に当たって(教師用)］

■知識･技能の習得を図る問題

■全国学力･学習状況調査　A問題

【指導に当たって】

■学年	２年
■単元	２－４　図形と調べ方
■問題のねらい	［問題１］ １組の平行線に直線が交わってできる角の性質を理解している。
	［問題２］ １組の平行線に直線が交わってできる角の性質を理解している。
	［問題３］ 同位角の意味を理解している。
	［問題４］ 多角形の内角の和を求める公式の意味を理解している。
	［問題５］ 証明の中で根拠として用いられている平行線の性質を理解している。
	［問題６］ 多角形の外角の性質を理解している。
	［問題７］ 三角形の合同条件を理解している。

［問題１］　平行線の同位角と錯角の性質

角の大きさを求める際に，根拠を明らかにし，それに基づいて説明する活動を取り入れるよう指導することが大切である。

本問題では，「平行線の同位角の大きさは等しいから」といった根拠に基づいて説明することが考えられる。このような活動は，後の証明の学習につながる。平行線と角の性質について実感を伴って理解できるようにすることが大切である。例えば，１組の平行線を固定してそれと交わる直線をいくつかかき，錯角や同位角の大きさを実測することにより，それらがいつでも等しいことを理解することが考えられる。

［問題２］　平面図形の基本的な性質

１組の平行線に直線が交わってできる角の性質を理解できるよう指導することが大切である。

平行な２直線に１直線が交わってできる角について，同位角や錯角が等しくなるなどの性質を理解できるようにすることが大切である。指導に当たっては，平行な２直線に１直線が交わってできる８つの角について，等しい組合せや和が180°になる組合せを，同位角や錯角の観点から整理する活動を取り入れることが考えられる。

［問題３］　平面図形の角についての性質

２直線に１直線が交わってできる角について理解できるよう指導することが大切で

ある。

２直線に１直線が交わってできる角について，同位角や錯角の意味を理解することが大切である。指導に当たっては，２直線に１直線が交わってできる８つの角で，互いに同位角や錯角の関係になっている角を見いだす活動を取り入れることが考えられる。その中で，２直線が平行な場合について，等しくなったり，和が180°になったりする角の組合せを見いだす場面を設定することが大切である。

［問題４］　平面図形の基本的な性質

多角形の内角の和を表す式の意味を理解できるよう指導することが大切である。

多角形の内角の和を求める式が，三角形の内角の和に基づいて導き出されていることを理解できるようにすることが大切である。指導に当たっては，n 角形の内角の和を求める式を考える際に，分割してできる三角形の個数を，元の，n 角形の構成要素と対応させて考えられるようにすることが考えられる。

［問題５］　平面図形の基本的な性質

図形の性質の証明で根拠として用いられている平行線の性質を理解できるよう指導することが大切である。

図形の性質を調べるときに，平行線の性質はよく用いられるので，図形の考察に活用できるように理解を深めることが大切である。指導に当たっては，図形の性質の証明を読んだり，考えたりする際に，同位角や錯角の位置関係や平行な２直線を明確にとらえることを通して，利用されている平行線の性質を明らかにすることが考えられる。

［問題６］　平面図形の角についての性質

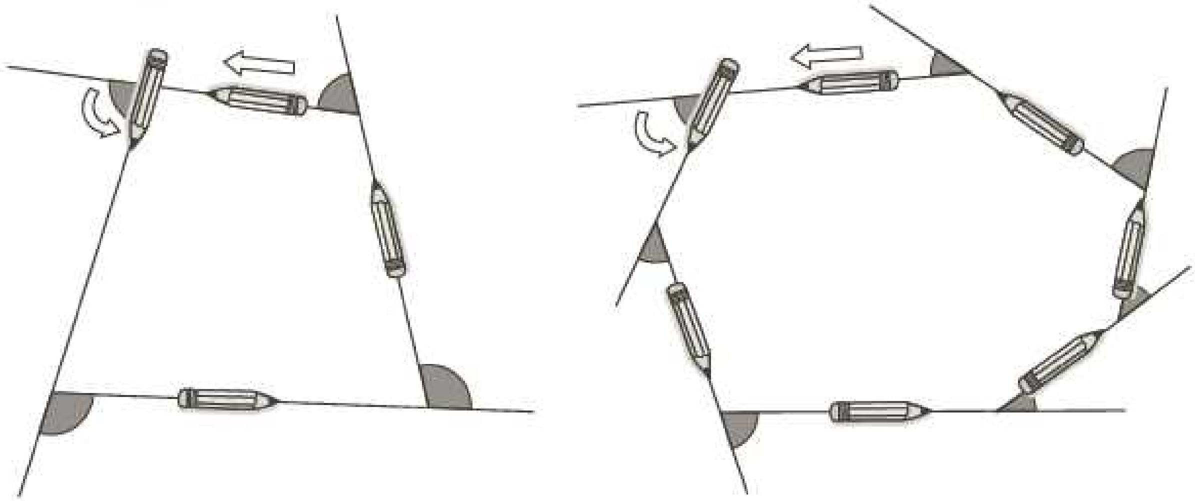
多角形の外角の和が一定であることを理解できるよう指導することが大切である。

多角形の外角の意味やその和の意味を理解し，それが360°で一定であることを理解することが大切である。指導に当たっては，観察，操作や実験を通して多角形の外角の和についての性質を見いだし，それを説明する場面を設定することが大切である。

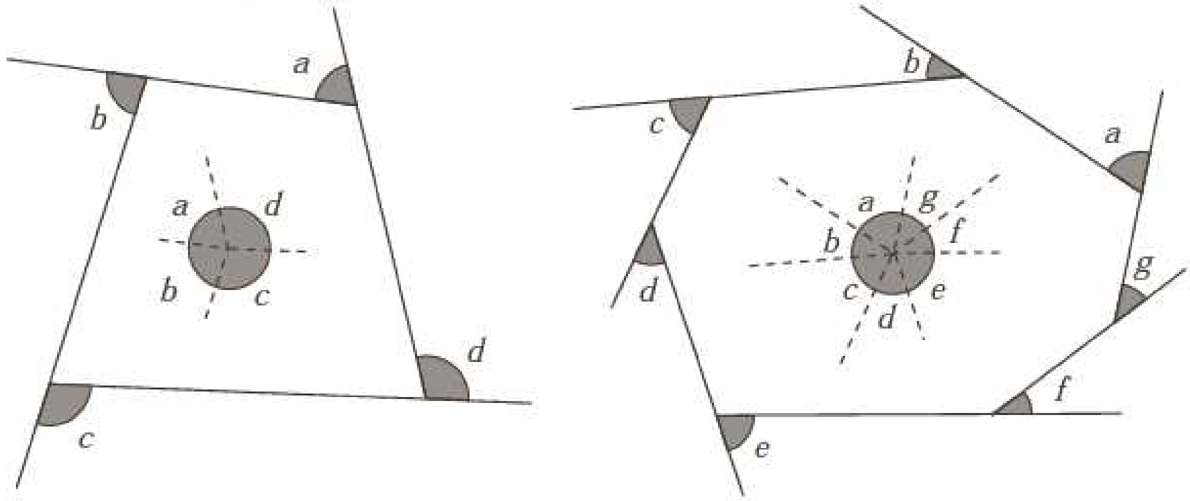
例えば，四角形，七角形などの様々な多角形について，それぞれの外角を測ったり集めたりして，外角の和についての性質を見いだし，その見いだした性質を文字や式を用いて説明する活動を取り入れることが考えられる。その際，多角形の外角の和は，どの多角形でも360°で一定になることを理解できるようにすることが必要である。

さらに，多角形の外角の和が一定であることについて，次の図のように，多角形の外角の和を鉛筆が方向を変えた角度の合計としてとらえたり，平行線の性質を用いて外角を１か所に集めたりなどして，その和が一定であることを確かめる活動を取り入れることで，実感を伴って理解できるようにすることも考えられる。

＜鉛筆が方向を変えた角度の合計として外角の和をとらえる＞



＜平行線の性質を用いて外角を１か所に集める＞



［問題７］　平面図形の基本的な性質

三角形の合同条件を根拠として三角形が合同であることを判断できるように指導することが大切である。

２つの三角形が合同であるかどうかを調べたり確かめたりするときに，見た目で判断するのではなく，三角形の合同条件を根拠として用いることができるようにすることが大切である。

指導に当たっては，２つの三角形における辺や角の相等関係について，既に分かっている事柄を整理した上で記号や印を使って図示したり，相等関係が２つ分かっているときに，合同になるために必要な残り１つの相等関係を指摘したりできるようにすることが考えられる。